9,0
(nove).
Edilson Hiroshi Tamai

Rodrigo Franco Collet e Silva

Estudo de um Sistema de Controle de Vibrações Elásticas de uma Viga em Balanço Usando Atuadores Piezelétricos

Trabalho de formatura de graduação em Engenharia Mecânica com ênfase em Projeto e Fabricação. Desenvolvido na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Orientador: Prof. Edilson Hiroshi Tamai

São Paulo

2000

AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador Edílson Hiroshi Tamai pelo suporte e compreensão.

Ao professor Agenor de Toledo Fleury que fez com que surgisse, em mim, o interesse pelo tema na área de controle através do curso dado na graduação.

Aos autores das obras por mim consultadas sem as quais seria impossível a realização deste trabalho.

Aos pouquíssimos professores que, de alguma forma, colaboraram efetivamente para a minha formação demonstrando interesse e preocupação com a aprendizagem dos alunos da graduação pensando em algo mais do que nos alunos de pós, em suas próprias pesquisas ou em trabalhos desenvolvidos paralelamente à escola, que é o que infelizmente ocorre com a grande maioria dos docentes dessa instituição de ensino que é uma das maiores do Brasil e conta com muitos grandes pesquisadores, mas muito poucos bons professores.

Dedico este trabalho aos meus pais, Fábio e Mª Terezinha, e a meus irmãos, Thiago e Fabiano, que me acompanharam durante todo o curso de graduação. Dedico, também, aos meus colegas e amigos da faculdade e de colégio que também me acompanharam e me auxiliaram durante esses cinco anos e também a: Paula, Áurea, Rodrigo Schieldberg, Rodrigo Ratier, Marcelo, Ana Paula, Marcos, Márcia, Phil, Dani, Alexandre, Cris, Márcio e Alessandra; meus amigos e amigas que me ajudaram a relaxar e descontrair nos momentos difíceis estando sempre presentes. Agradeço a meus tios, tias, primos e avós pelo apoio. Gostaria de, também, registrar um obrigado muito especial à minha namorada, Denise, por ter me compreendido e me apoiado durante tanto tempo e ao longo de tantas dificuldades. Queria deixar meus agradecimentos também à família dela que sempre me teve e me tratou tão bem e a todos que, de alguma forma, fizeram parte de minha vida.

Sumário:

LISTA DE FIGURAS: I

LISTA DE TABELAS: II

LISTA DE GRÁFICOS III

LISTA DE GRÁFICOS III

LISTA DE SÍMBOLOS: IV

RESUMO VI

ABSTRACT VII

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 APRESENTAÇÃO 1
1.2 OBJETIVOS 3
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO 4

2 REVISÃO DE LITERATURA 6

3 MODELAGEM MATEMÁTICA 8

3.1 DINÂMICA E APRESENTAÇÃO DO SISTEMA 8
3.2 ESFORÇOS DO ATUADOR PIEZELÉTRICO 15

4 DESCRIÇÃO E DIMENSIONAMENTO DO PROTÓTIPO 18

5 PROJETO DO CONTROLADOR POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS E DO OBSERVADOR DE ESTADOS 33

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA SEQÜÊNCIA DO TRABALHO 44

ANEXO 1 47

BIBLIOGRAFIA 71

LISTA DE FIGURAS:

Figura 3.1- Esquema do sistema analisado 8
Figura 3.2- Montagem do PZT na barra 16
Figura 4.1- Fluxo de dados 19
Figura 4.2- Esquema da instalação 19
Figura 4.3- Desenho da barra 21
Figura 4.4- Esquema da ligação dos estensômetros. 24
Figura 4.5- Circuito para as pontes simples 24
Figura 4.6- Circuito para as pontes duplas 25
Figura 4.7- Esquema da ligação elétrica na barra 27
Figura 4.8- Placa de fixação da barra ao bloco de madeira 29
Figura 4.9- Visão geral do protótipo 29
Figura 4.10- Visão do detalhe de fixação 29
Figura 4.11- Diagrama do controlador do atuador 31
Figura 4.12- Esquema ilustrativo da fonte estabilizada 32
Figura Anexo 1.1- Diagrama de blocos do Simulink da planta em malha aberta 65

LISTA DE TABELAS:

Tabela 4.1- Dimensões e Parâmetros da Barra 20
Tabela 4.2- Frequências naturais da barra 20
Tabela 4.3- Posições dos nós de cada modo de vibrar da barra 21
Tabela 4.4- Posição dos extensômetros 23
Tabela 4.5- Características dos extensômetros 23
Tabela 4.6- Características do Atuador Piezoelétrico 25
Tabela 4.7- Posição do Atuador Piezelétrico 26

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4.1- Funções de forma da barra 22
Gráfico 4.2- Amplitude máxima de vibração da barra 22
Gráfico 4.3- Deformação causada por cada uma das funções de forma da barra 22
Gráfico 4.4- Máxima deformação da barra 23
Gráfico 4.5- Ganho do Atuador 26
Gráfico 4.6- Entrada da simulação 27
Gráfico 4.7- Oscilação da ponta livre da barra em função do tempo 27
Gráfico 5.1- Pólos do sistema não controlado 34
Gráfico 5.2- Pólos do sistema controlado 34
Gráfico 5.3- Resposta a entrada em degrau unitário do sistema não controlado 35
Gráfico 5.4- Resposta a entrada em degrau unitário do sistema controlado 35
Gráfico 5.5- Entrada senoidal com 1ª freqüência natural da viga 36
Gráfico 5.6- Saída do sistema não controlado com entrada senoidal 36
Gráfico 5.7- Saída do sistema controlado com entrada senoidal 37
Gráfico 5.8- Voltagem imposta pelo controlador para a entrada senoidal 37
Gráfico 5.9- Observador de estados para o 1° modo de vibrar 39
Gráfico 5.10- Observador de estados para o 2° modo de vibrar 40
Gráfico 5.11- Observador de estados para o 3° modo de vibrar 40
Gráfico 5.12- Observador de estados para deformações do 1° modo de vibrar 41
Gráfico 5.13- Observador de estados para deformações do 2° modo de vibrar 41
Gráfico 5.14- Observador de estados para deformações do 3° modo de vibrar 42
Gráfico 5.15- Resposta em freqüência do sistema não controlado 42
Gráfico 5.16- Resposta em freqüência do sistema controlado 43

LISTA DE SÍMBOLOS:

$x \rightarrow$ coordenada ao longo do comprimento da barra

$t \rightarrow$ tempo

$y(x,t) \rightarrow$ deflexão da viga

$t_0 \rightarrow$ tempo inicial

$t_f \rightarrow$ tempo final

$L \rightarrow$ comprimento da barra ou Lagrangeano

$l \rightarrow$ comprimento dos atuadores piezelétricos

$W_{nc} \rightarrow$ trabalho das forças não conservativas do sistema

$T \rightarrow$ energia cinética do sistema

$V \rightarrow$ energia potencial do sistema

$\rho \rightarrow$ densidade linear da barra

$E \rightarrow$ módulo de elasticidade da barra

$I \rightarrow$ momento de inércia transversal da barra

$M(x,t) \rightarrow$ momento distribuído provocado pelo atuador piezoelétrico

$\Lambda(x) \rightarrow$ função de distribuição que define a localização do atuador piezoelétrico

L_1 e $L_2 \rightarrow$ posições inicial e final do atuador ao longo do comprimento da barra

$h(x-x_0) \rightarrow$ função degrau

$\delta \rightarrow$ variacional

$\phi(x) \rightarrow$ função de forma de $y(x,t)$

$p(t) \rightarrow$ função modal de tempo

$\omega \rightarrow$ freqüência natural do sistema

$\lambda \rightarrow$ variável da equação característica do sistema

A_n, B_n, C_n, D_n e $\beta \rightarrow$ constantes das funções de forma

$L(\phi)$ e $F(\phi) \rightarrow$ funcionais de ortogonalidade

$c_r \rightarrow$ constante do teorema de expansão

$q \rightarrow$ vetor com funções modais de tempo

$\delta_{rs} \rightarrow$ função delta de Dirac

$M \rightarrow$ matriz de massa

$K \rightarrow$ matriz de rigidez

$P \rightarrow$ vetor de forças

$k_m \rightarrow$ constantes do atuador piezoelétrico

$V_m \rightarrow$ tensão aplicada no atuador

$B \rightarrow$ constantes componentes do vetor P

$u \rightarrow$ vetor de entradas do sistema

A_0 e $B_0 \rightarrow$ matrizes do sistema linear de primeira ordem

$\sigma_w \rightarrow$ tensão sobre a cerâmica piezoelétrica

$b_a \rightarrow$ largura da cerâmica piezoelétrica

$E_a \rightarrow$ módulo de elasticidade do PZT

$d_{31} \rightarrow$ coeficiente de carga transversal da cerâmica

$t_a \rightarrow$ espessura do material piezoelétrico

$t_b \rightarrow$ espessura da barra

$V_p(t) \rightarrow$ voltagem de controle aplicada sobre a cerâmica

RESUMO

A intenção deste trabalho é iniciar o estudo de um protótipo com aplicação didática que permita a demonstração do funcionamento de um sistema de controle de vibração de uma viga engastada através de atuadores piezelétricos.

Este trabalho contém o projeto executivo desse protótipo, ou seja, contém o dimensionamento e seleção de todos os componentes necessários para a construção desse protótipo além da modelagem matemática do mesmo e do projeto de um controlador contínuo que poderá, em um trabalho futuro, ser transformado em um controlador discreto e, assim, implementado em um software que, aplicado ao modelo, demonstre claramente a funcionalidade do sistema tornando óbvia a um aluno de um curso prático de controle a possibilidade da aplicação de tudo o que este aprendeu em cursos de modelagem e teoria de controle.

O sistema em questão é uma barra de alumínio de 80cm X 1pol X 2mm que vibra em um plano paralelo ao solo (para minimizar o efeito da gravidade) e que deve ter seus três primeiros modos de vibrar amortecidos de maneira sensivelmente mais eficiente do que teria sem a atuação do cristal piezelétrico (na modelagem o amortecimento do sistema não controlado foi considerado nulo).

A leitura do estado da placa é feita através de extensômetros e o controle deve ser feito por um microprocessador. A interface entre atuadores, sensores e o microprocessador será feita por uma placa conversora A/D & D/A.

A escolha de atuadores piezelétricos se deve ao fato de esse tipo de cristal estar sendo cada vez mais utilizado nos dias de hoje, principalmente em aplicações aeroespaciais.

A modelagem matemática do sistema foi feita baseada no princípio da mecânica estendida de Hamilton.

Caso deseje-se um aprofundamento no estudo dos assuntos tratados por esse trabalho recomenda-se a leitura do trabalho executado por Benain[4] uma vez que este foi o ponto de partida na elaboração deste projeto.

Foram feitas várias simulações matemáticas que se encontram oportunamente distribuídas no corpo desse trabalho para verificar o comportamento do protótipo esperado da teoria.

ABSTRACT

The intention of this work is to begin the study of a prototype with didactic application that allows the demonstration of the operation of a system of control of vibration of a beam with one fixed end through piezoelectric ceramic films.

This work contains the executive project of the prototype, in other words, it contains the design and selection of all the necessary components for the construction of the prototype besides the mathematical modeling of it and a continuous controller's project that could be, in a future work, transformed in a discreet controller and so, inserted in a software that, applied to the model, show the functionality of the system clearly turning obvious to a student of a practical course of control the possibility of the application of everything that he learned in modeling courses and control theory.

This system compound of a aluminum bar of 80cm X 1in X 2mm that vibrates in a plan parallel to the soil (to minimize the effect of the gravity) and that should have their first 3 vibration modes softened in a sensibly way, notedly more efficient than the same system does without the effect of the piezoelectric crystal (in the modeling the damping of the non controlled system was considered null).

The analysis of the beam state is done through strain gages and the control is carried out by a microprocessor. An AD/DA converter board will carry out the interface among ceramics, sensors and the microprocessor.

The choice of the piezoelectric ceramic was result of the fact that this crystal type becomes more and more used nowadays, mainly in aero-spatial applications.

The mathematical modeling of the system was made based on the Hamilton extended principle.

If a deeper knowledge of the subjects treated by this research is required the reading of the research done by Benain[4] is recommended once it was the initial point of the elaboration of this project.

Several mathematical simulations that are opportunely distributed along this text were carried out to study the behavior of prototype expected from the theory.

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

A tendência mundial da arte é imitar a vida e, sendo a engenharia, também, uma arte esta deve desenvolver-se no sentido de criar estruturas com funcionamentos mais e mais semelhantes ao observado na natureza. Daí a criação e desenvolvimento de estruturas inteligentes que nada mais são do que projetos de engenharia que podem, ao longo do tempo alterar-se, de acordo com as necessidades e com as solicitações mecânicas a que são submetem.

São estruturas inteligentes aquelas que não têm suas formas e estados definidos em seu projeto, ao menos não estaticamente. Essas estruturas são dotadas de sensores que podem ser encarados como estruturas análogas à pele dos seres vivos já que são as entidades responsáveis por informar à uma central qual o estado do corpo onde estão. A central referida anteriormente que nos seres vivos é representada pelo sistema nervoso é, em estruturas inteligentes, representada pelo seu controlador ou microprocessador que analisa os dados que recebe e decide, através de uma lógica interna que nos seres vivos é o instinto e em projetos de engenharia é a programação do microprocessador que atitude ou comportamento deve ser tomado. Após essa decisão são acionados os atuadores que moverão a estrutura tirando-a de seu estado inercial. Esses atuadores são o equivalente aos músculos dos animais.

O projeto dessa lógica que rege a melhoria das reações de uma estrutura a um dado estímulo é o projeto do controlador da estrutura que será o foco deste trabalho, juntamente com o dimensionamento e seleção de todos os

outros componentes necessários para que possa se tornar físico o modelo matemático estudado nesse trabalho que não é nada mais do que a uma viga engastada.

O estudo feito será no sentido de se melhorar a resposta dessa estrutura inicialmente sem controle de modo a que se possa perceber a utilidade e efetividade de um sistema de controle.

A utilização de um sistema de controle como o apresentado a seguir para se eliminar o mais rapidamente possível a vibração de uma viga é utilizada amplamente em estruturas delicadas e de grande importância como as antenas de satélites.

Vale ainda atentar para o fato, evidenciado durante o projeto do controlador, de que não se pode obter uma melhoria do comportamento de uma estrutura sem se "pagar" por isso. Essa melhoria no desempenho do sistema requer o uso e instalação de sensores e atuadores no sistema que serão tão mais sofisticados e caros quanto se desejar um melhor desempenho do sistema. No caso desse trabalho um fator limitante para a eficiência do sistema foi a voltagem necessária no atuador piezelétrico para controlar a barra. O valor dessa tensão ficou limitado a um máximo de 144V o que é algo razoável. Durante o desenvolvimento desse sistema foram obtidos melhores controladores, mas que exigiam picos de alguns megavolts na alimentação, o que foi considerado absurdo e inviável já que o próprio atuador suportava um máximo de 300V antes de se deteriorar. Esses controladores, porém, não foram apresentados no desenvolvimento do texto.

O detalhamento dos métodos usados para se modelar o sistema e para o projeto do controlador poderá ser vista de maneira mais adequadamente disposta no decorrer do texto.

A escolha do tema desse trabalho foi feita baseada nas sugestões dadas pelo orientador, o professor Edílson H. Tamai, e na leitura do trabalho de Benain[4] que, como já dito, foi a base desse texto.

1.2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é projetar todo o sistema, desde a barra até o sistema de controle, passando pela escolha de atuadores, placas conversoras, fontes e sensores para que, num trabalho futuro possa-se partir para a implementação do mesmo iniciando-se pela construção do protótipo e conversão do controlador de contínuo para discreto para que tenha-se, aí, a verificação da teoria e para que todo esse projeto possa, então, ser usado em um dos cursos práticos dados por essa escola para que os alunos possam ver a utilidade de toda a carga teórica que receberam nos cursos de modelagem, controle, vibrações e microprocessadores.

O objetivo deste trabalho é, portanto, didático. Visando, apenas, projetar um sistema que possa auxiliar no aprendizado de alunos dessa escola, colocando-os em contato com um caso real de controle e permitindo que eles possam trabalhar num projeto de uma estrutura inteligente.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto deste trabalho está organizado e disposto da forma a seguir apresentada:

- **Capítulo 1**: Visão geral do conteúdo do trabalho.
- **Capítulo 2**: Apresentação de textos referentes ao assunto desse trabalho e explicação geral sobre as obras de onde foram extraídas as informações necessárias para a elaboração desse texto.
- **Capítulo 3**: Apresenta toda a dedução e desenvolvimento da modelagem matemática que é a base do desenvolvimento de todo o sistema de controle. Todas as passagens e equações necessárias para se chegar às equações de estado do sistema encontram-se minuciosamente descritos nesse capítulo.
- **Capítulo 4**: Aqui são descritos todos os componentes do sistema e é, também, feito todo o dimensionamento da barra. Encontram-se aqui os tipos de sensores, fontes, atuadores, características da barra, fixação da mesma, placas conversoras, etc. O posicionamento de sensores e atuadores, bem como o arranjo de suas ligações também estão explicados nessa parte devidamente justificados com o auxílio de gráficos e simulações.
- **Capítulo 5**: Nessa parte podem ser vistos o desenvolvimento e projeto de todo o sistema de controle (o que inclui, também, o projeto do observador de estados) acompanhado de gráficos e simulações que suportam as escolhas aqui feitas.
- **Capítulo 6**: Aqui é feita uma análise crítica do trabalho, são tiradas conclusões a respeito do que se pôde obter e são, também, feitas

recomendações e sugestões para uma possível seqüência das atividades desenvolvidas nesse trabalho de graduação.

◆ **Capítulo 7**: É onde se apresentam as obras consultadas para a elaboração dessa pesquisa e que são citadas no decorrer do trabalho.

◆ **Anexo I**: Aqui são apresentadas todas as rotinas desenvolvidas em Matlab para a execução desse trabalho bem como esquemas utilizados em Simulink. As rotinas encontram-se apresentadas e comentadas devidamente. Esses foram os programas citados no trabalho que deram origens às simulações, aos gráficos e aos resultados apresentados. Ainda neste item do trabalho são apresentadas as telas de saída do Matlab com alguns resultados. Os gráficos gerados por esses programas foram, como já dito, inseridos adequada e oportunamente no decorrer do desenvolvimento do texto.

2 REVISÃO DE LITERATURA

O tema desse trabalho visa ao estudo e desenvolvimento de um sistema de controle que atenue vibrações de uma viga em balanço, ou seja, uma viga que encontre uma de suas extremidades livre de vínculos e outra com todos seus graus de liberdade anulados por um vínculo (engastamento). A implantação desse controle torná-lo-ia um sistema "inteligente", um sistema que, através de sensores, atuadores e de um microprocessador "sentiria" as vibrações a que é submetido e "reagiria" automaticamente de modo a rejeitar essa perturbação e permanecer em seu estado de repouso. Agiria, portanto, sobre esse sistema uma espécie de amortecimento "ativo".

A utilização desse sistema proporcionaria ao mundo estruturas tão resistentes quanto as que há atualmente, porém muito menos robustas já que não mais haveria a necessidade da introdução de elevados coeficientes de segurança a projetos de estruturas para que estas resistam a esforços e perturbações imprevistas. As formas físicas das estruturas não mais seriam determinadas totalmente em seu projeto podendo ser alteradas automaticamente de acordo com as necessidades e solicitações mecânicas que surgissem ao longo do tempo.

O texto do professor Craig A. Rogers[1] escrito em 1994 de nome "Intelligent Material System- The dawn of a new materials age" apresenta, além de novas tecnologias de materiais de engenharia uma inovadora maneira de se projetar baseada nos seres vivos. O texto sustenta o fato, já apresentado, de que no futuro a resistência mecânica das estruturas se dará não apenas pelo

material que as compõe mas também pela aplicação de energia no sistema nos momentos em que é solicitada maior rigidez do mesmo.

Rogers[1] faz ainda uma analogia dizendo que nessas estruturas "inteligentes" o microprocessador está para o cérebro dos seres vivos assim como a estrutura está para os ossos e os atuadores estão para os músculos.

Atualmente pode-se verificar, na prática, que as idéias de Rogers[1] estão sendo largamente aplicadas.

Nesse trabalho é, ainda, utilizada a modelagem da atuação das lâminas piezelétricas desenvolvida, em 1987, por Fanson e Caughey[2]. Coincidentemente nesse trabalho as lâminas são, também, aplicadas em uma barra com uma das extremidades engastadas.

O estudo das freqüências naturais da barra e de seus modos de vibrar foram baseados no livro "Elements of Vibration Analysis" de Leonard Meirovitch[3].

Como referência para esse estudo, de uma maneira mais geral, foi usado o estudo realizado por Jacques M. Benain e Paulo R. Ferreira[4] intitulado "Análise Dinâmica de uma Barra Flexível Inteligente".

O projeto do controlador e observador de estados foram baseados em Ogata[6] e em Fleury[5].

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 DINÂMICA E APRESENTAÇÃO DO SISTEMA

O sistema em análise pode ser apresentado da seguinte forma:

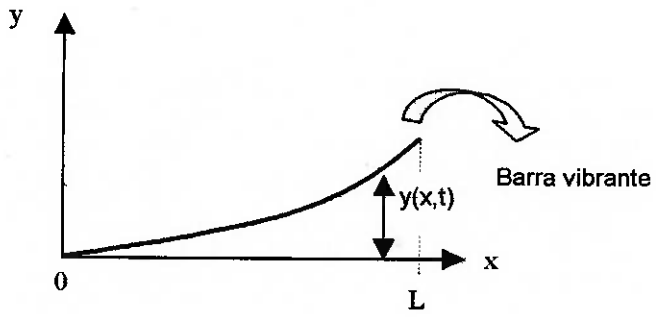

Figura 3.1- Esquema do sistema analisado

O modelo matemático da dinâmica da barra foi baseado no princípio estendido de Hamilton da mecânica analítica que, de forma genérica pode ser expresso na forma:

$$\delta \int_{t0}^{tf} [L + W_{nc}] dt = 0 \quad (1)$$

onde temos δ indicando o primeiro variacional da integral, t0 e tf são os limites dos tempos de integração, L é o Lagrangeano e W_{nc} é o trabalho das forças não conservativas do sistema.

O Lagrangeano é dado por L=T-V onde T representa a energia cinética do sistema e V a energia potencial. Temos, ainda, para o nosso caso que:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \int_0^L \rho \cdot \dot{y}^2 dx \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot \int_0^L EI \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]^2 dx \quad (3)$$

Nessas expressões o ponto (.) expressa derivadas em relação ao tempo, ρ é a densidade linear da barra, y representa a deflexão da mesma (está também representado na figura 1.2), E é o módulo elasticidade da barra e I é o seu momento de inércia transversal.

O trabalho não conservativo é realizado pelo momento distribuído (M) inserido no sistema pelo atuador piezelétrico ao longo do comprimento onde este estiver fixado. Esse trabalho pode, então, ser expresso pela seguinte equação:

$$W_{nc} = \int_0^l M(x,t) \cdot \Lambda(x) \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \quad (4)$$

Onde Λ(x) é a função distribuição definida através da função degrau h(x-x_0) e que, ao ser multiplicada por M(x,t), nos fornece o momento distribuído atuante em uma região da barra limitada pelos pontos L_1 e L_2. A função Λ(x) é dada por:

$$\Lambda(x) = h(x-L_1)-h(x-L_2), \text{ para } L_1 < L_2 \quad (5)$$

Agrupando as equações 1,2,3 e 4 chega-se a:

$$\delta \int_{t0}^{tf} \left[\frac{1}{2} \int_0^L \rho \dot{y}^2 dx - \frac{1}{2} \int_0^L EI \left[\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right]^2 dx + \int_0^l M(x,t) \Lambda(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx \right] dt = 0 \quad (6)$$

Aplicando o variacional chegamos a:

$$\int_{t0}^{tf} \left[\int_0^L \rho \dot{y} \delta \dot{y} dx - \int_0^L EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} dx + \int_0^l M(x,t) \cdot \Lambda(x) \cdot \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} dx \right] dt = 0 \quad (7)$$

A integração por partes de alguns dos termos nos dá:

a) $\int_0^L \rho \cdot \dot{y} \cdot \delta y dx \Big|_{t0}^{tf} - \int_{t0}^{tf} \int_0^L \rho \cdot \ddot{y} \cdot \delta y dx dt$

b) $\int_{t0}^{tf} E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x} dt \Big|_0^L - \int_{t0}^{tf} E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \cdot \delta y dt \Big|_0^L + \int_0^L \int_{t0}^{tf} E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \cdot \delta y dt dx$

c) $\int_{t0}^{tf} M(x,t) \cdot \Lambda(x) \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x} dt \Big|_0^L - \int_{t0}^{tf} \frac{\partial M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x} \cdot \delta y dt \Big|_0^L + \int_0^l \int_{t0}^{tf} \frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2} \cdot \delta y dt dx$

Como para t=t0 ou t=tf tem-se δy=0 e para x=0 ou x=L tem-se Λ(x)=0 podemos reescrever a equação 7 como sendo:

$$\int_{t0}^{tf} \left\{ \left[-\int_0^L \rho \cdot \ddot{y} dx - \int_0^L E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx + \int_0^l \frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2} dx \right] \cdot \delta y + \left[E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x} \right]_0^L - \left[E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \delta y \right]_0^L \right\} dt = 0 \quad (8)$$

Igualando o primeiro termo entre colchetes da equação 8 a zero, o que é possível devido à arbitrariedade do deslocamento δy, formando a equação que representa o movimento do sistema. Os dois colchetes seguintes, quando somados e igualados a zero formam as condições de contorno do sistema que devem ser satisfeitas. Fica-se, portanto, com:

$$\int_0^L E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx + \int_0^L \rho \cdot \ddot{y} dx = \int_0^l \frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2} dx \quad (9)$$

$$\left\{ \left[E \cdot I \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x} \right]_0^L - \left[E \cdot I \cdot \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \cdot \partial y \right]_0^L \right\} = 0 \quad (10)$$

O sistema analisado apresenta uma viga em balanço, ou seja, engastada em uma extremidade e com possibilidade de vibração livre na outra. Essa configuração nos dá as seguintes condições de contorno:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Para } x=0 \Rightarrow y=0 \text{ e } \dfrac{\partial y}{\partial x} = 0 \\ \\ \text{Para } x=L \Rightarrow \dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \text{ e } \dfrac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0 \end{array}\right\} \quad (11)$$

que satisfazem a equação 10.

Pode-se fazer:

$$y(x,t) = \phi(x) \cdot p(t) \quad (12)$$

Eliminando a integral da equação 10 fica:

$$E \cdot I \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \cdot \ddot{y} = \frac{\partial^2 M(x,t) \cdot \Lambda(x)}{\partial x^2} \quad (13)$$

Tomando-se o problema da vibração livre (sem forças externas), a equação 12 e denotando por ' (linha) o operador $\frac{\partial}{\partial x}$ pode-se escrever:

$$E \cdot I \cdot \phi''''(x) \cdot p(t) + \rho \cdot \ddot{p}(t) \cdot \phi(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-\frac{E \cdot I}{\rho} \cdot \phi''''(x)}{\phi(x)} = \frac{\ddot{p}(t)}{p(t)} \quad (14)$$

$\therefore$ os dois lados devem ser iguais a uma constante ω^2, logo:

$$-\frac{E \cdot I}{\rho} \cdot \phi''''(x) = \omega^2 \cdot \phi(x) \text{ e } \ddot{p}(t) = \omega^2 \cdot p(t) \quad (15)$$

Para a 2ª equação a solução é do tipo p= cos(ωt).

Sabe-se que:

$$y(0,t)=0;\ y'(0,t)=0;\ y''(L,t)=0 \text{ e } y'''(L,t)=0 \quad (16)$$

Para a 1ª equação tem-se:

$$\phi''''(x) - \lambda^4 \cdot \phi(x) = 0 \text{ para } \lambda^4 = \frac{\rho \cdot \omega^2}{E \cdot I} \quad (17)$$

Se $\lambda=0$, $\phi(x)=C_1+C_2x+C_3x^2+C_4x^3$ e, de 16 e 12 pode-se concluir que:

$$C_1=C_2=C_3=C_4=0, \therefore \phi(x)=0$$

Para $\lambda \neq 0$ pode-se escrever:

$$\phi(x)=A \operatorname{sen}(\lambda x)+B \cos(\lambda x)+ C \operatorname{senh}(\lambda x)+ D \cosh(\lambda x) \quad (18)$$

Das equações 18,16 e 12 podemos montar o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -s & -c & +sh & +ch \\ -c & +s & +ch & +sh \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

onde s = sen(λL); c = cos(λL); sh = senh(λL) e ch = cosh(λL)

Para a obtenção de soluções não triviais faz-se o determinante da primeira matriz igual a zero, obtendo-se a chamada equação característica do problema que é:

$$1 + \cos(\lambda L) \cdot \cosh(\lambda L) = 0 \quad (20)$$

Essa equação é transcendental dando, portanto, origem a infinitos valores de λ que nos levam às freqüências naturais da barra.

Resolvendo os coeficientes A_n, C_n e D_n em função do coeficiente B_n chega-se a:

$$C_n = -A_n \quad (21)$$

$$B_n = A_n \cdot \frac{c + ch}{s - sh} \quad (22)$$

$$D_n = -B_n \quad (23)$$

Substituindo 21, 22 e 23 em 18 chega-se a:

$$\phi_n(x) = A_n \left\{ \text{sen}(\lambda \cdot x) - \text{senh}(\lambda \cdot x) + \beta \cdot \left[\cos(\lambda \cdot x) - \cosh(\lambda \cdot x) \right] \right\} \quad (24)$$

onde $\beta = \dfrac{c + ch}{s - sh}$

Agora devem-se verificar as condições de ortogonalidade e o teorema de expansão.

Chamando-se de L o operador $\frac{\partial^4}{\partial x^4}$ a equação 17 fica:

$$L(\phi) = \lambda^4 \cdot \phi \quad (25)$$

Sendo $F(\phi)=\phi$ e dadas duas funções de forma ϕ_r e ϕ_s pode-se provar que:

$$\int_0^L L(\phi_r) \cdot F(\phi_s) dx = \int_0^L L(\phi_s) \cdot F(\phi_r) dx \quad (26)$$

Fazendo-se a integração por partes e tomando-se as condições de contorno pode-se concluir que:

$$\int_0^L \phi_r \cdot F(\phi_s) dx = \int_0^L \phi_s \cdot F(\phi_r) dx \quad (27)$$

Multiplicando-se a equação 25 por $F(\phi)$ e fazendo-se a integração em x temos:

$$\int_0^L L(\phi_r) \cdot F(\phi_s) dx = \lambda_r^4 \cdot \int_0^L \phi_r \cdot F(\phi_s) dx \quad (28) \text{ ou}$$

$$\int_0^L L(\phi_s) \cdot F(\phi_r) dx = \lambda_s^4 \cdot \int_0^L \phi_s \cdot F(\phi_r) dx \quad (29)$$

Subtraindo 29 de 28 e usando 26 e 27 temos:

$$0 = \left(\lambda_r^4 - \lambda_s^4\right) \cdot \int_0^L \phi_r \cdot F(\phi_s) dx$$

Se $\lambda_r \neq \lambda_s$ (o que é garantido se tomarmos diferentes freqüências naturais), então as funções de forma são ortogonais segundo a relação:

$$\int_0^L \phi_r \cdot F(\phi_s) dx = 0 \quad (30)$$

Que se substituída na equação 28 nos dá:

$$\int_0^L L(\phi_r)\cdot F(\phi_s)dx = 0 \quad (31)$$

Para essas funções vale, portanto, o teorema da expansão que afirma que:

$$y = \sum_{r=0}^{\infty} c_r \cdot \phi_r \text{ onde } c_r = \rho \cdot \int_0^L y \cdot F(\phi_r)dx \quad (32)$$

O problema da resposta:

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x)\cdot p_n(t) \quad (33)$$

Substituindo a equação 33 na equação 13 obtém-se:

$$\sum_{n=1}^{\infty} E\cdot I\cdot \phi_n''''(x)\cdot p_n(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \rho\cdot\phi_n(x)\cdot \ddot{p}_n(t) = \frac{\partial^2 M(x,t)\cdot\Lambda(x)}{\partial x^2} \quad (34)$$

Multiplicando a equação 34 por $\phi_n(x)$, integrando-se o resultado em x de 0 a L e usando os resultados das equações 30 e 31 chega-se a:

$$E\cdot I\cdot\int_0^L L(\phi_r)\cdot F(\phi_r)dx\cdot p_r(t) + \rho\cdot\int_0^L \phi_r\cdot F(\phi_r)dx\cdot \ddot{p}_r(t) = \int_0^l F(\phi_r)\cdot\frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2}dx \quad (35)$$

Sejam as funções normalizadas de forma que $\int_0^L \phi_r\cdot F(\phi_s)dx = \delta_{rs}$ e, conseqüentemente, $\int_0^L L(\phi_r)\cdot F(\phi_r)dx = \lambda_r^4$ onde $\lambda_r{}^4 = \frac{\rho\cdot\omega_r^2}{E\cdot I}$.

Considerando os três primeiros modos de vibrar temos:

$$E\cdot I\cdot\lambda_r^4\cdot p_r(t) + \rho\cdot\ddot{p}_r(t) = \int_0^l F(\phi_r)\cdot\frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2}dx \quad (36)$$

Que pode ser escrita da forma matricial:

$$M\cdot\ddot{q}(t) + K\cdot q(t) = P \quad (37)$$

onde temos:

$$M=\begin{bmatrix}\rho & 0 & 0\\ 0 & \rho & 0\\ 0 & 0 & \rho\end{bmatrix},\ K=\begin{bmatrix}\rho\cdot\omega^2 & 0 & 0\\ 0 & \rho\cdot\omega^2 & 0\\ 0 & 0 & \rho\cdot\omega^2\end{bmatrix},\ P=\begin{bmatrix}P_1\\ P_2\\ P_3\end{bmatrix},$$

$$q(t)=\begin{bmatrix}p_1(t)\\ p_2(t)\\ p_3(t)\end{bmatrix},\ \ddot{q}(t)=\begin{bmatrix}\ddot{p}_1(t)\\ \ddot{p}_2(t)\\ \ddot{p}_3(t)\end{bmatrix} \text{ e } P_r=\int_0^l F(\phi_r)\cdot\frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2}dx$$

Veremos mais adiante na equação 42 que:

$$\int_0^l F(\phi_r)\cdot\frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2}dx=k_m\cdot V_m\left[F'(\phi_r)_{x=l1}-F'(\phi_r)_{x=l2}\right]$$

Onde k_m é a constante do atuador e V_m é a tensão aplicada nos atuadores piezelétricos. Assim, o vetor P pode ser expresso por $B\cdot u$ onde teremos:

$$B=\begin{bmatrix}k_m\cdot\left[F'(\phi_1)_{x=l1}-F'(\phi_1)_{x=l2}\right]\\ k_m\cdot\left[F'(\phi_2)_{x=l1}-F'(\phi_2)_{x=l2}\right]\\ k_m\cdot\left[F'(\phi_3)_{x=l1}-F'(\phi_3)_{x=l2}\right]\end{bmatrix} \text{ e } u=\left[V_m\right]$$

As equações representadas por 36 podem ser expressas por um conjunto de equações de primeira ordem como:

$$\dot{x}=A_0\cdot x+B_0\cdot u \quad (38) \text{ onde:}$$

$$A_0=\begin{bmatrix}0 & I\\ -M^{-1}\cdot K & 0\end{bmatrix},\ B_0=\begin{bmatrix}0\\ M^{-1}\cdot B\end{bmatrix} \text{ e}$$

$$x^T=\begin{bmatrix}p_1 & p_2 & p_3 & \dot{p}_1 & \dot{p}_2 & \dot{p}_3\end{bmatrix}$$

3.2 Esforços Do Atuador Piezelétrico

Os atuadores piezelétricos que serão introduzidos nesse sistema terão a função de atenuar as vibrações na barra. Materiais piezelétricos produzem

potencial elétrico quando submetidos a deformações e, inversamente, se alongam ou contraem quando submetidos a uma diferença de potenciais elétricos. Atuadores desse tipo, compostos por lâminas de PZT, serão, no nosso modelo, colados na barra nas suas duas superfícies e submetidos a tensões de sinais opostos, causando assim deformações semelhantes mas em direções opostas que induzirão na barra momentos distribuídos que terão seus efeitos somados.

Essa montagem das lâminas de PZT e da barra pode ser vista ilustrada abaixo.

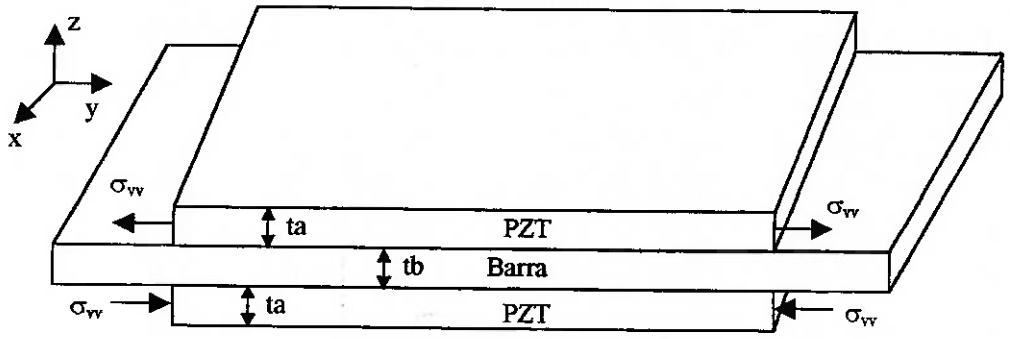

Figura 3.2- Montagem do PZT na barra

O valor do momento distribuído gerado pela lâmina de PZT pode ser calculado através da integração da tensão da cerâmica através do plano médio da barra. Realizando-se esse cálculo para uma seção unitária obtém-se:

$$M(x,t) = b_a \cdot \int_0^l \sigma_{yy} \cdot z dz = b_a \cdot E_a \cdot d_{31}(t_a + t_b) \cdot V_p(t) \quad (39)$$

onde: $b_a \rightarrow$ largura da cerâmica

$E_a \rightarrow$ módulo de elasticidade do PZT

$d_{31} \rightarrow$ coeficiente de carga transversal da cerâmica

$t_a \rightarrow$ espessura do material piezoelétrico

$t_b \rightarrow$ espessura da barra

$V_p(t) \rightarrow$ voltagem de controle aplicada sobre a cerâmica

Se considerarmos as propriedades da lâmina constantes em toda sua extensão pode-se escrever o momento distribuído como sendo:

$$M(x,t) = k_m \cdot V_p(t) \quad (40)$$

$$\text{onde } k_m = b_a \cdot E_a \cdot d_{31}(t_a + t_b) \quad (41)$$

Assim podemos mostrar que:

$$\int_0^l F(\phi_r) \cdot \frac{\partial^2 M(x,t)\Lambda(x)}{\partial x^2} dx = k_m \cdot V_m \left[F'(\phi_r)_{x=l1} - F'(\phi_r)_{x=l2} \right] \quad (42)$$

conforme apresentado anteriormente.

4 DESCRIÇÃO E DIMENSIONAMENTO DO PROTÓTIPO

Neste capítulo serão definidas as dimensões do protótipo bem como o posicionamento de sensores e atuadores ao longo do mesmo. Será ainda feita a definição do número de sensores bem como a seleção dos mesmos e dos atuadores.

Como já foi explicado e ilustrado nos capítulos um e dois deste trabalho, nosso protótipo será constituído de uma barra flexível engastada em uma de suas extremidades e com sua outra ponta em balanço, ou seja, livre de quaisquer tipos de vínculo para que possa vibrar na sua freqüência natural sem nenhuma interferência externa. Sobre a barra se localizarão sensores, no caso extensômetros, que farão medição e leitura da deformação a que é submetida a barra e ainda um par de atuadores piezelétricos que ficarão arranjados sobre a barra como um "sanduíche", conforme ilustrado na figura 2.2 do item 2.2 desse trabalho de modo a trabalhar de maneira oposta, ou seja, enquanto um se distende o outro se contrai pois, assim, as contribuições de cada um destes na forma de um momento que se oporá à vibração da barra se somarão.

Os sinais vindos dos sensores serão lidos e tratados por um microprocessador que terá sua saída ligada aos atuadores piezelétricos controlando-os, portanto, de modo que estes agirão no sentido de atenuar e eliminar a vibração da barra mais rapidamente do que aconteceria naturalmente.

Haverá, ainda, na interface entre o microprocessador e os sensores e/ou atuadores, placas A/D e D/A (analógica-digital e digital-analógica respectivamente) para a conversão e interpretação de dados.

Abaixo pode-se ver uma figura que ilustra o fluxo de dados e sinais de todo o sistema:

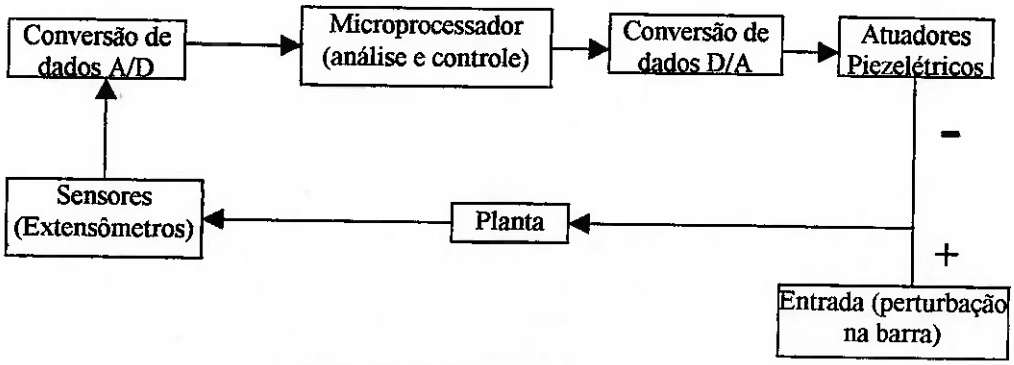

Figura 4.1- Fluxo de dados

Uma ilustração do protótipo pode ser vista abaixo:

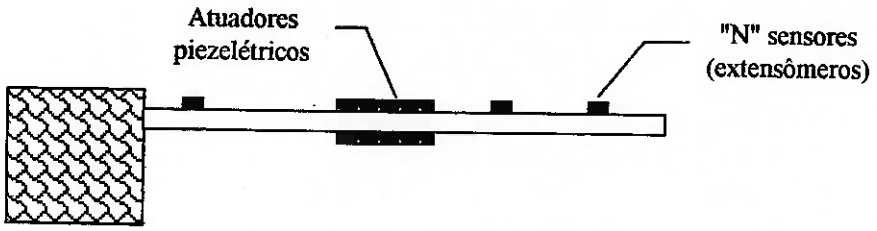

Figura 4.2- Esquema da instalação

A utilização das placas A/D e D/A se faz necessária uma vez que os atuadores e sensores recebem do e fornecem ao sistema, respectivamente, valores contínuos, ou seja, analógicos enquanto o microprocessador, que é nosso controlador, apenas consegue lidar com valores digitais. A escolha da placa adequada e sua utilização mais detalhada será feita mais adiante, na construção e implementação do protótipo, de maneira mais oportuna.

A seleção e dimensionamento da barra levou em conta o objetivo didático deste trabalho e, para isso, era interessante:

- Que a barra possuísse suas três primeiras freqüências naturais com valores relativamente baixos já que controlaremos os seus três primeiros modos de vibrar;

- ❖ Que a mesma fosse de material flexível para que fosse possível observá-la vibrando;
- ❖ Que a potência necessária para controlá-la não fosse muito elevada;
- ❖ Que a barra não fosse muito longa para ser de fácil transporte e manuseável;
- ❖ Que a barra não fosse muito curta, pois caso contrário sua instrumentação seria dificultada ou até mesmo impossibilitada;
- ❖ A barra deveria ter espessura de dimensões não elevadas, pois isso elevaria as freqüências naturais da mesma e dificultaria sua excitação e seu controle, e não reduzida, pois isso diminuiria sua deformação dificultando a leitura os extensômetros.

Analisando todas essas exigências e fazendo-se algumas simulações matemáticas que se encontram no Anexo I chegou-se aos seguintes parâmetros e dimensões para a barra:

Material	Alumínio
Densidade (ρ)	2710 kg/m^3
Módulo de elasticidade (E)	71 Gpa
Comprimento (ℓ)	0,80 m
Largura (b)	0,0254 m (1 in)
Espessura (h)	0,002 m

Tabela 4.1- Dimensões e Parâmetros da Barra

As freqüências naturais obtidas para os primeiros modos de vibrar encontram-se na tabela a seguir:

Modo de Vibrar	Freqüência Natural	
	ω (rad/s)	f (Hz)
1º	16,2351	2,5839
2º	101,7436	16,1930
3º	284,8849	45,3408
4º	558,2608	88,8500
5º	922,8451	146,8754

Tabela 4.2- Freqüências naturais da barra

Para fixação da barra à base (por meio de dois parafusos) esta foi ongada em 50mm. A base será uma caixa de madeira de 300mm X 100mm 100mm. Além dos parafusos prendendo diretamente a barra à base haverá na chapa de material metálico (aço ou alumínio) que será, também arafusada à base prensando a barra contra o bloco de madeira para que, esta forma, tenha-se um vínculo o mais próximo possível de um engastamento perfeito.

A figura demonstrando as dimensões da barra pode ser vista abaixo:

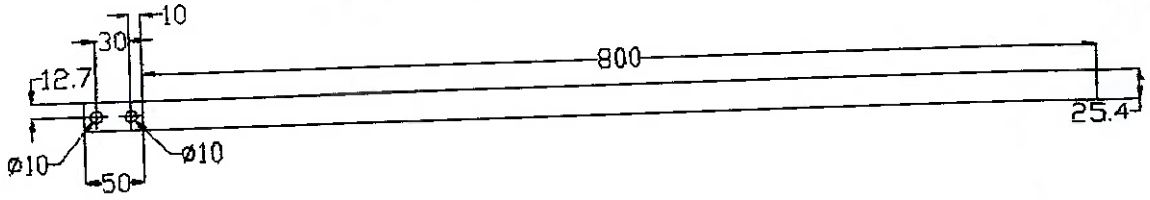

Figura 4.3- Desenho da barra

As posições dos nós dos três primeiros modos de vibrar da barra encontram-se na tabela a seguir:

Modo de vibrar	Posição dos nós em metros a partir do engastamento	
	1º nó	2º nó
1º	---	---
2º	0,625	---
3º	0,405	0,695

Tabela 4.3- Posições dos nós de cada modo de vibrar da barra

Para o sucesso da utilização do referido modelo em experiências de controle é necessária que seja satisfeita a observabilidade do modelo. Para tanto verificamos através do programa intitulado tf.m que pode ser encontrado no Anexo I deste trabalho que era necessária a presença de três sensores na barra, três extensômetros neste caso já que são sensores que atendem as necessidades do projeto sem apresentarem custo elevado.

O posicionamento destes extensômetros se deu levando-se em conta as posições que apresentariam maiores deformações (para que não houvesse

problema de interferências com ruídos elétricos). Esse posicionamento foi feito baseado nos seguintes gráficos gerados pelo programa tf.m.

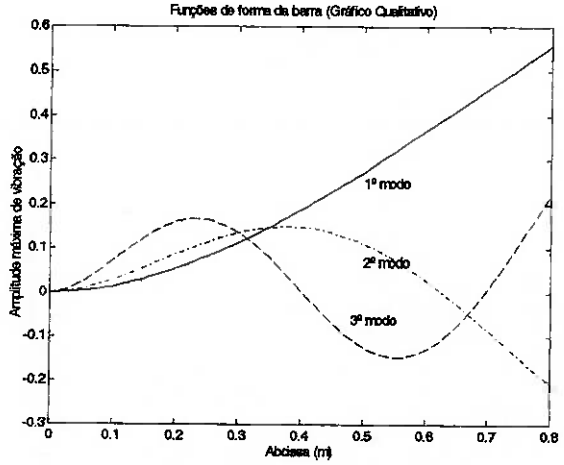

Gráfico 4.1- Funções de forma da barra

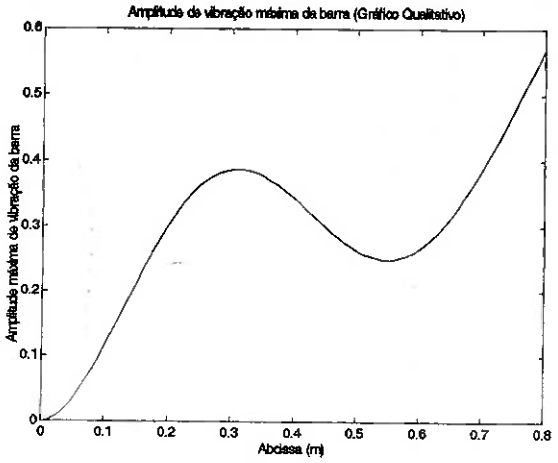

Gráfico 4.2- Amplitude máxima de vibração da barra

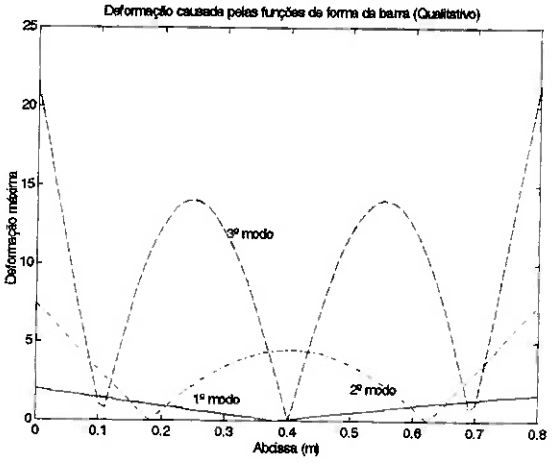

Gráfico 4.3- Deformação causada por cada uma das funções de forma da barra

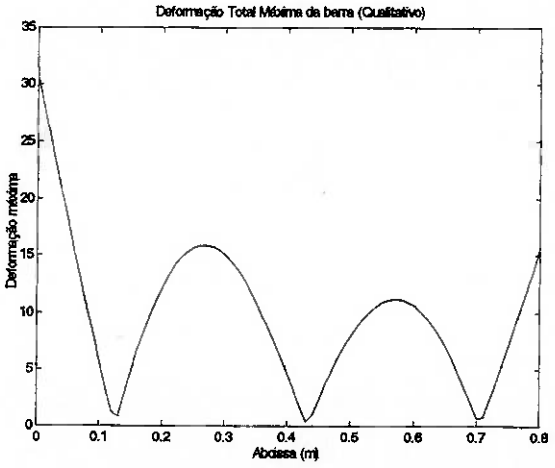

Gráfico 4.4- Máxima deformação da barra

Que permitiram que a escolha da posição dos extensômetros fosse feita conforme encontrado na tabela abaixo:

	Extensômetro		
	Nº 1	Nº 2	Nº 3
Posição medida a partir do engastamento em metros	0,02	0,28	0,58

Tabela 4.4- Posição dos extensômetros

Serão utilizados extensômetros com as características abaixo:

Fabricante	Kyowa
Modelo	KFG-5-120-C1-23
Resistência	120Ω
Corrente máxima	20 mA
"Gage factor"	2,15
Máxima deformação	5 %
Material em que será aplicado	Alumínio

Tabela 4.5- Características dos extensômetros

Os extensômetros serão ligados aos pares, um de cada lado da barra e de modo adjacente na ponte de Wheatstone assim a quantidade de fios é reduzida e eles têm seus efeitos somados.

Pode-se, ainda, a exemplo do que fez Benain[4] visando uma menor quantidade de fios elétricos na barra, utilizar-se uma linha de alimentação comum para todos conjuntos o que pode ser visto na figura abaixo.

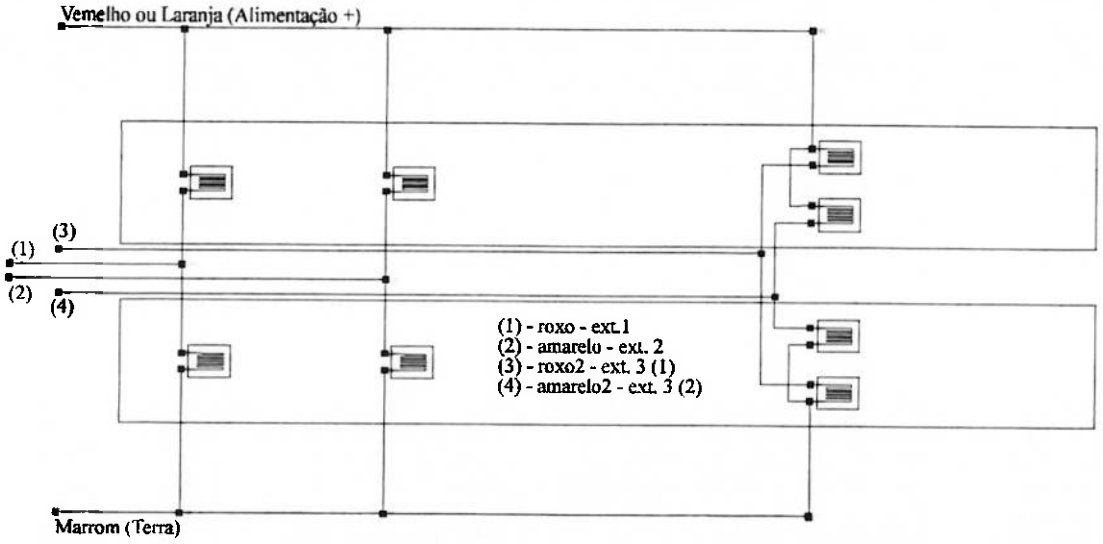

Figura 4.4- Esquema da ligação dos estensômetros.

Seguindo, ainda, o exemplo dado por Benain[4] deve-se fazer as tensões de saída do sistema (baixas da ordem de 5 mV) passarem por um multiplicador e por um filtro antes de serem tratados pela placa A/D para eliminar ruídos e para que a variação do sinal seja compatível com a faixa de entrada da placa.

Esses multiplicadores e filtros também foram retirados de Benain[4] e seus circuitos encontram-se a seguir:

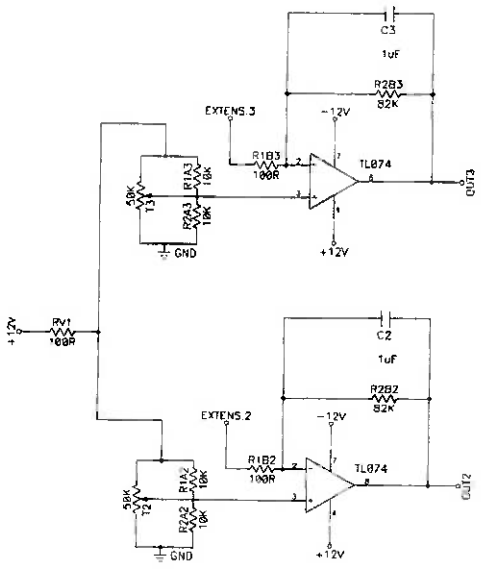

Figura 4.5- Circuito para as pontes simples

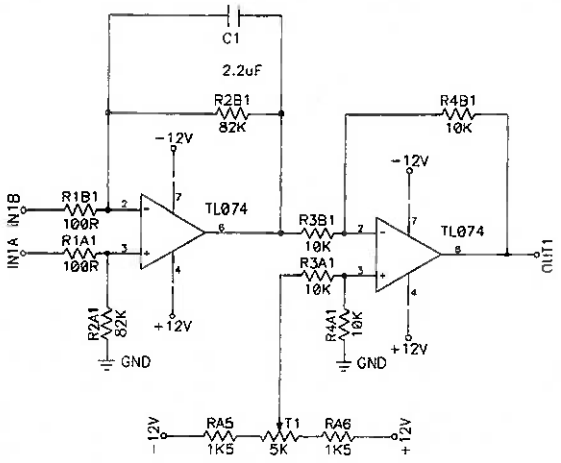

Figura 4.6- Circuito para as pontes duplas

Os ganhos do sinal para os conjuntos 1 e 2 de extensômetros (simples) e o ganho do sinal para o terceiro conjunto (duplo) valem 820, lembrando que no conjunto duplo a amplificação é feita da diferença entre os lados da ponte. O offset é ajustado por meio de trimpots. Os sinais são então passados para as entradas analógicas da placa A\D.

Os atuadores utilizados, como já afirmado por diversas vezes nesse trabalho, serão cristais piezelétricos de PZT, titânio zirconato de chumbo, em formas de lâminas fixadas à barra de alumínio num arranjo do tipo "sanduíche" como já ilustrado na figura 2.2.

As dimensões e características do atuador encontram-se na tabela abaixo:

Composição	PZT
Designação	PSI-5A-S4-STD
Espessura	0,1905 mm
Comprimento	70 mm
Largura	25,4 mm
Coeficiente de deformação piezoelétrica	$-1{,}79 \cdot 10^{-10}$ m/V
Densidade	7750 Kg/m^3
Módulo de elasticidade	$6{,}20 \cdot 10^{10}$ N/m^2

Tabela 4.6- Características do Atuador Piezoelétrico

A especificação deste material foi feita para atender a exigência do projeto de baixo custo e para que fosse possível o reaproveitamento da lâmina de cristal comprada pelo Departamento de Engenharia Mecânica desta escola quando da realização do trabalho de formatura de Benain[4].

O posicionamento dos atuadores foi feito baseado no seguinte gráfico que nos dá o ganho da ação do cristal em função da posição deste ao longo da barra de alumínio:

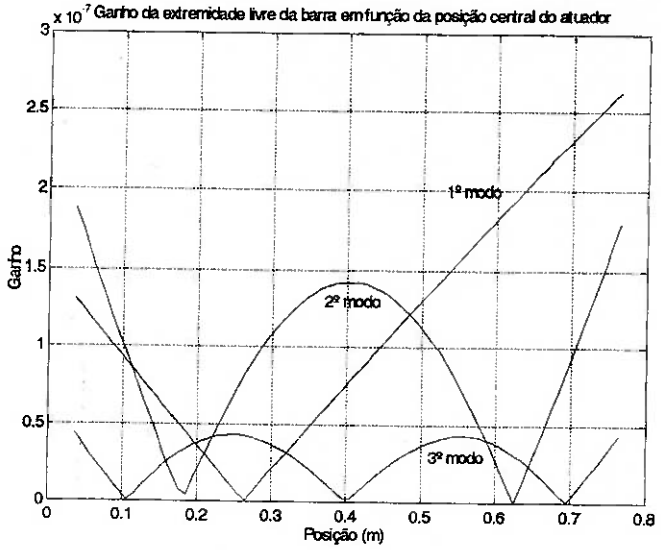

Gráfico 4.5- Ganho do Atuador

A posição escolhida é dada na tabela abaixo:

Posição central dos atuadores piezoelétricos em metros a partir da extremidade engastada	0,035

Tabela 4.7- Posição do Atuador Piezelétrico

A fixação dos atuadores à barra será feita por uma resina epóxi comercialmente conhecida por Araldite. Os dois atuadores serão ligados com polaridade invertida pois assim terão seus efeitos somados na composição do momento resultante na barra. A soldagem dos terminais será feita por solda de

liga de prata. O esquema da ligação elétrica que será feita na barra pode ser vista na figura a seguir:

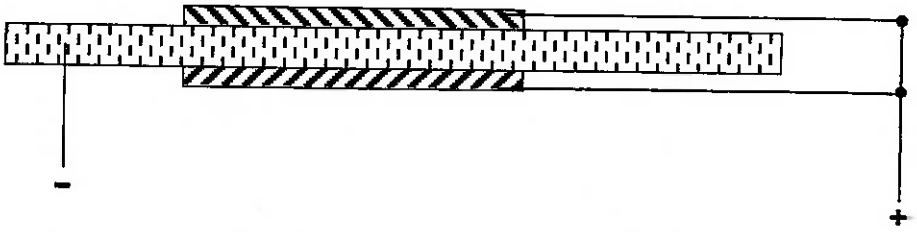

Figura 4.7- Esquema da ligação elétrica na barra

A seguir pode-se ver qual a resposta da planta a uma entrada em forma de onda quadrada que de repente cessa:

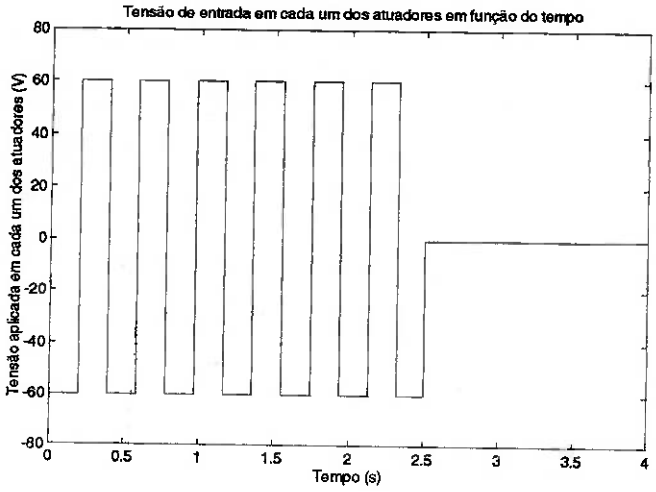

Gráfico 4.6- Entrada da simulação

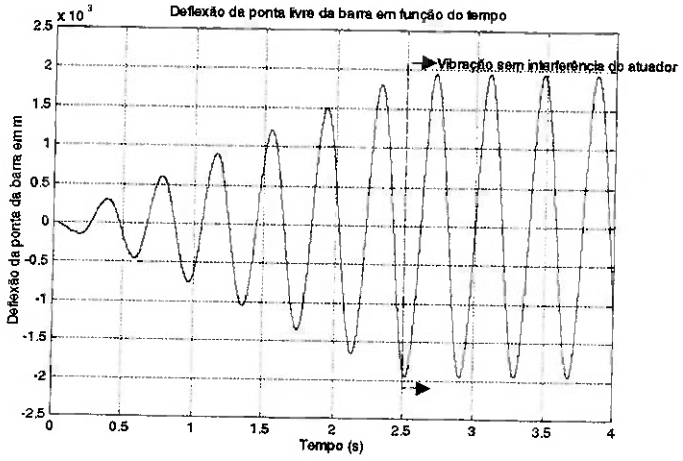

Gráfico 4.7- Oscilação da ponta livre da barra em função do tempo

Como pôde notar-se, vemos, no gráfico apenas o primeiro modo de vibrar da barra já que esta foi excitada durante um período de tempo de 2,5s por uma onda de freqüência bem próxima à primeira freqüência natural da barra. Os outros dois modos de vibrar presentes na modelagem matemática estão presentes mas são praticamente imperceptíveis. Se fosse feita simulação idêntica nas outras duas freqüências naturais das barras o resultado seria análogo, ou seja, notaríamos apenas a presença do modo de vibrar correspondente à freqüência de excitação da viga. Com uma excitação com ondas de outro período ou com entradas não periódicas poder-se-iam notar os outros modos de vibrar. Essas outras simulações não foram feitas pois, devido à baixa potência do atuador que é responsável aqui pela introdução da perturbação no sistema, causariam na barra vibrações de amplitude mínimas que não seriam perceptíveis no protótipo não atendendo, portanto, o propósito deste trabalho que é o desenvolvimento de um sistema didático que pudesse ser estudado em um laboratório.

Vale, ainda, ressaltar que a barra vibrará em um plano paralelo ao chão para minimizar o efeito da gravidade sobre a mesma.

A fixação da caixa de madeira à bancada será por um grampo. A caixa de madeira ficará, portanto, imóvel sobre a bancada e terá o fundo recoberto por uma manta de borracha para evitar que a fixação cause danos à mesa onde será colocada.

A chapa (de 2 mm de espessura) que fará a fixação da barra ao bloco, juntamente com os dois parafusos que vão diretamente na barra e no bloco de madeira pode ser vista a seguir:

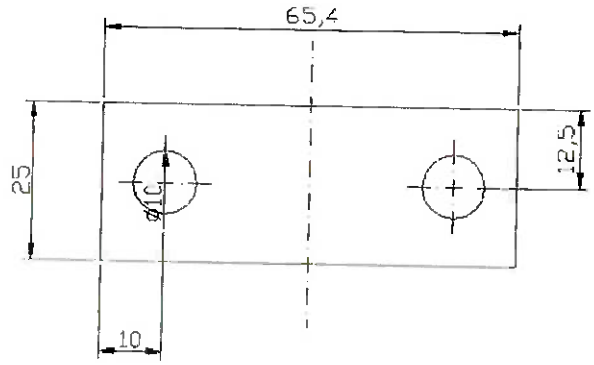

Figura 4.8- Placa de fixação da barra ao bloco de madeira

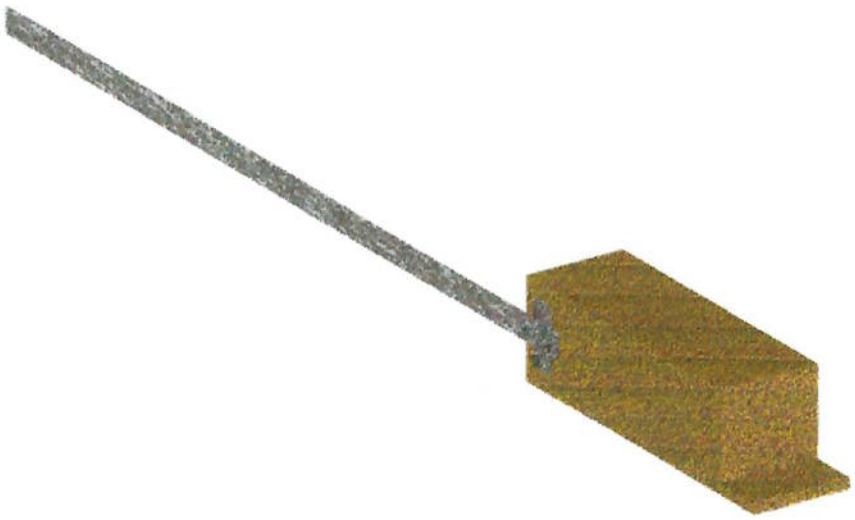

Figura 4.9- Visão geral do protótipo

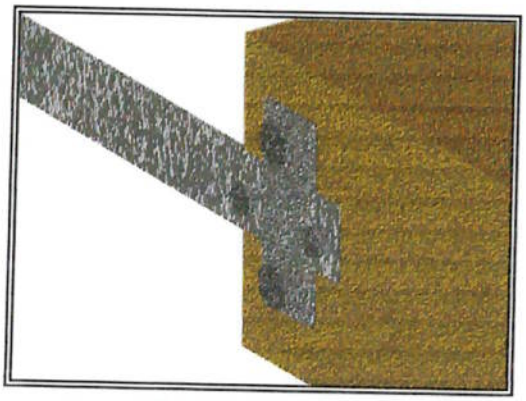

Figura 4.10- Visão do detalhe de fixação

O apêndice que se pode ver na parte traseira da caixa de madeira é o local que será usado para colocação do grampo que fixará o sistema à bancada.

A caixa pode ser feita de madeira maciça (por facilidade de construção) ou por chapas de, no mínimo, 3mm coladas ou pregadas. Essa espessura mínima de chapa é recomendada, pois garantirá que o sistema esteja em equilíbrio mesmo sem a fixação pelo grampo. No caso de construção por chapas deve-se, durante a fabricação da caixa, levar-se em conta a necessidade da colocação de uma porca para fixação do parafuso. No caso de madeira maciça é necessária a utilização de parafusos com rosca soberba.

Falta, agora, a descrição do conversor A/D-D/A que será ligado a um microprocessador e será responsável pela aquisição de dados para que estes possam ser tratados pelo controlador implementado pelo processador. Neste projeto foi usada a mesma placa selecionada por Benain[4] em seu trabalho, uma placa AD/DA da Lynx, modelo CAD 1236 ligada a um PC sendo, este, no mínimo um Pentium. A placa dispõe de 16 entradas analógicas simples (ou 8 diferenciais) com resolução de 12 bits, 2 saídas analógicas de mesma resolução, 2 entradas e 2 saídas digitais de 8 bits (1 byte) cada. Essa placa tem recursos de escrita de dados diretamente em memória (DMA - Direct Memory Access), que permite amostragens em freqüências bastante elevadas (da ordem de dezenas de kHz). O conversor conta, ainda, com um chip 8353 fornecendo três temporizadores, cada um com uma freqüência de base de 2MHz. Esses temporizadores são os responsáveis pelo controle das operações de conversão AD, DMA e interrupções.

Para que a saída desse conversor possa ser ligada ao atuador é necessário que o sinal desta seja amplificado, para isso deve passar pelo circuito exibido a seguir:

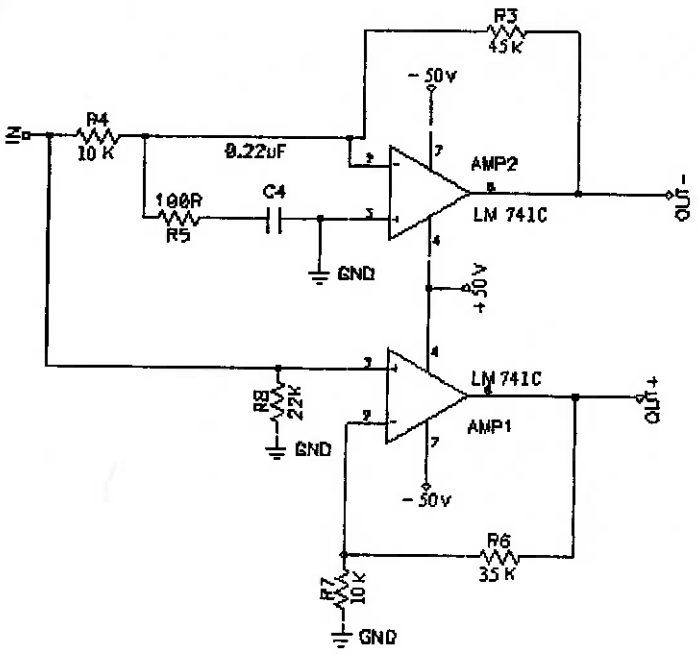

Figura 4.11- Diagrama do controlador do atuador

Para esse circuito temos:

$$\left(V_{OUT_+} - V_{OUT_-}\right) = 9 \cdot V_{in} \quad (43)$$

Onde V_{in} é a tensão proveniente da placa conversora e V_{out} são as tensões que alimentarão os atuadores. O primeiro amplificador operacional deste circuito faz parte de um circuito amplificador inversor de voltagem com ganho em malha fechada igual a –4,5 e o segundo amplificador operacional faz parte de um circuito amplificador de voltagem com realimentação negativa não inversora de ganho igual a 4,5.

Como se pôde notar, esse circuito necessita, ainda de uma alimentação de 50V contínuos. Para isso projetou-se a fonte exibida a seguir que, ao ser ligada a uma rede de 110V de corrente alternada com freqüência de 60Hz nos fornece saídas com aproximadamente 50V contínuos positivos e negativos. O circuito a seguir nada mais é do que um retificador de ondas onde a ponte de diodos toma o módulo da tensão de entrada (de maneira positiva e negativa) e

os capacitores amortecem as oscilações de tensão fazendo com que esta seja, praticamente constante ao longo do tempo.

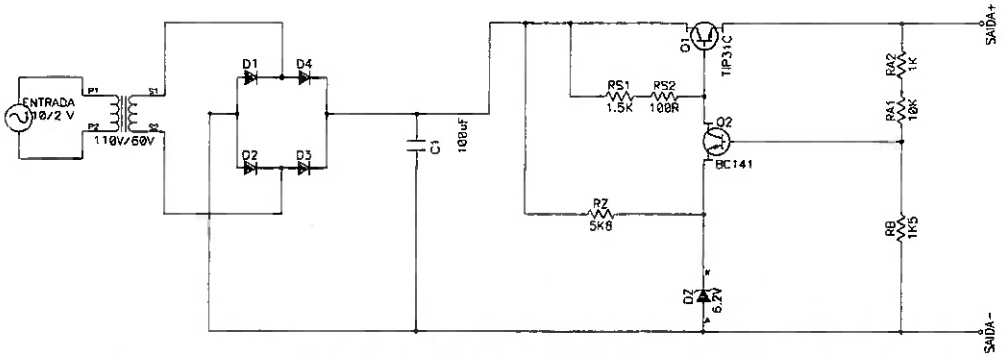

Figura 4.12- Esquema ilustrativo da fonte estabilizada

São as saídas dessa fonte que serão ligadas em $+V_{cc}$ e $-V_{cc}$ dos amplificadores operacionais da figura 4.11 da página anterior como já está indicado na já referida figura.

Todo o projeto do circuito da figura 4.11 foi feito baseado em Malvino[7]. O circuito da figura 4.12 foi extraído de Benain[4].

5 PROJETO DO CONTROLADOR POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS E DO OBSERVADOR DE ESTADOS

O projeto feito por alocação de pólos não visou o desempenho ótimo do sistema nem a obtenção de uma resposta com características pré-definidas como sobressinal máximo ou tempo de acomodação, teve como objetivo apenas o surgimento de um amortecimento no sistema que fizesse com que a viga tivesse seu posicionamento estabilizado após algum tempo já que o modelo sem o controlador oscilava indefinidamente.

A convergência para uma posição de equilíbrio por si só já atende grande parte do objetivo desse trabalho que é demonstrar, didaticamente como um controlador pode melhorar a resposta de um sistema mecânico mas deve-se, ainda, atingir um outro objetivo do trabalho que é sua exeqüibilidade física, ou seja, que sua implementação seja possível e para isso a tensão de saída do controlador deve ter um valor possível de se obter em laboratório. Como pode-se ver pelas simulações abaixo e pelos resultados contidos no Anexo 1 a tensão de saída do controlador (que é representado pelo microprocessador mais placas AD/DA e amplificadores) que age sobre o atuador atinge valores da ordem de 144 V que é inferior à tensão de despolarização das placas piezelétricas (±300V).

Nas simulações foram usadas entradas senoidais de freqüências próximas às naturais da barra para que o sistema entrasse em ressonância e, com algum tempo de excitação atingisse uma amplitude de vibração mais facilmente perceptível já que nosso atuador tem baixíssima potência.

Nos gráficos abaixo poderemos ver alguns valores obtidos do projeto desse controlador. Inicialmente pode-se ver o posicionamento dos pólos da planta sem o controlador que têm parte real nula reforçando, assim, o que já foi dito anteriormente sobre a não convergência ou instabilidade do sistema já que para que um sistema seja estável deve ter a parte real de seus pólos negativa que é o que se observa no gráfico dos pólos do sistema controlado.

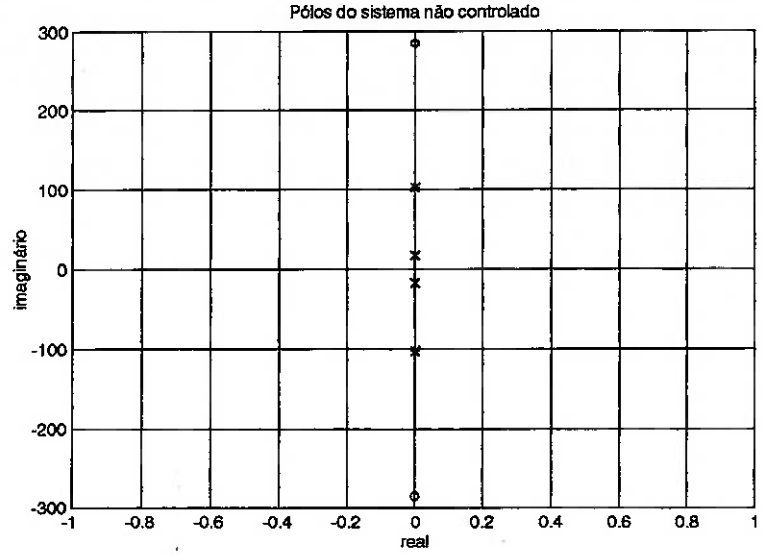

Gráfico 5.1- Pólos do sistema não controlado

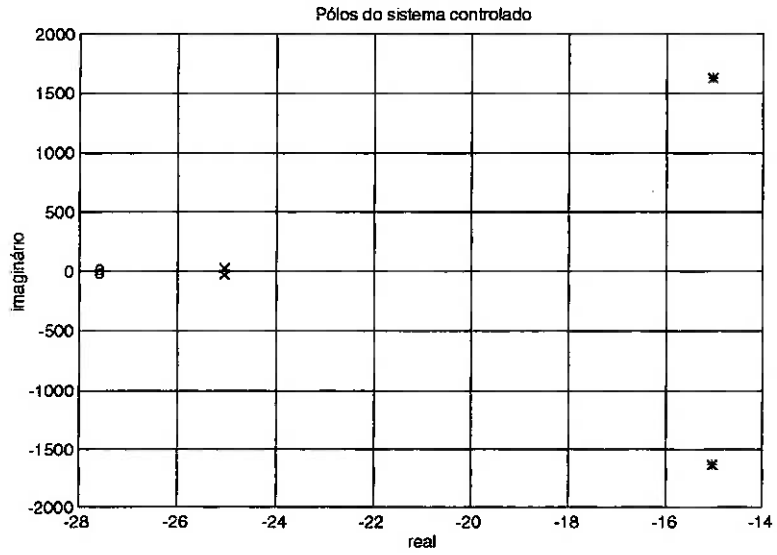

Gráfico 5.2- Pólos do sistema controlado

A diferença no desempenho da planta com e sem controle é facilmente notada como pode-se ver nas simulações abaixo:

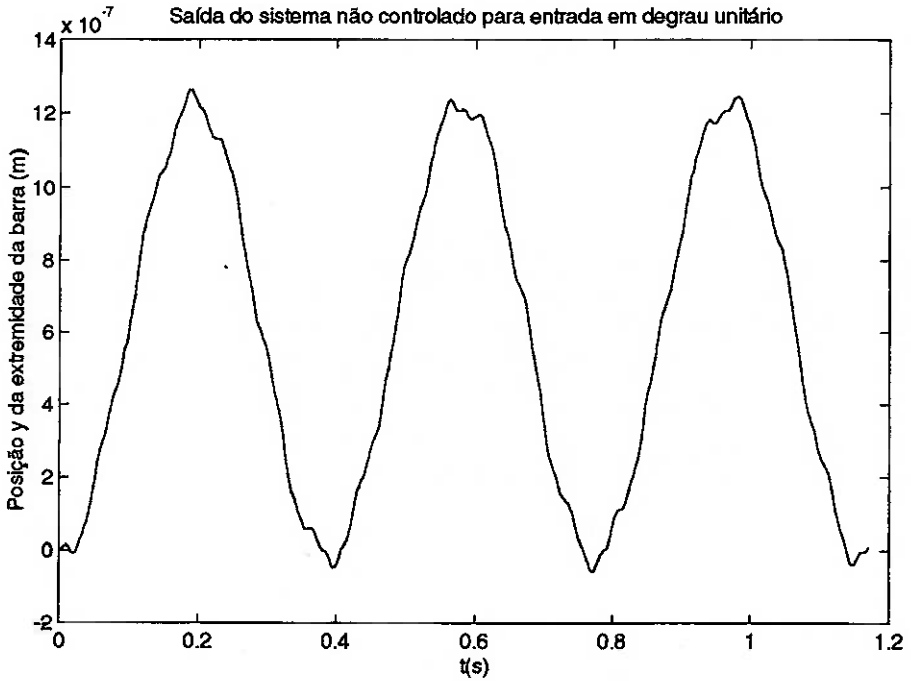

Gráfico 5.3- Resposta a entrada em degrau unitário do sistema não controlado

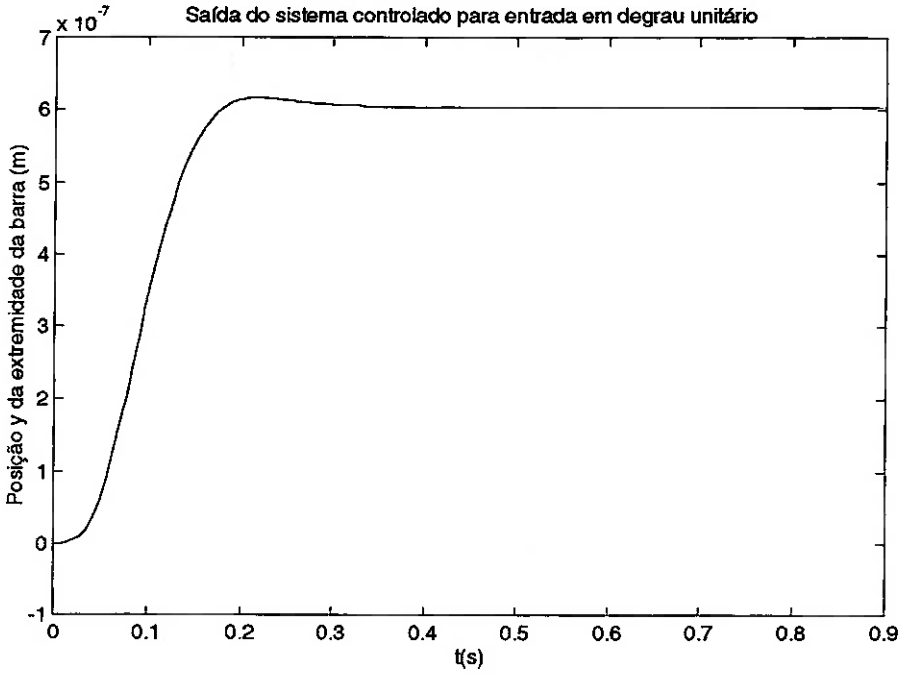

Gráfico 5.4- Resposta a entrada em degrau unitário do sistema controlado

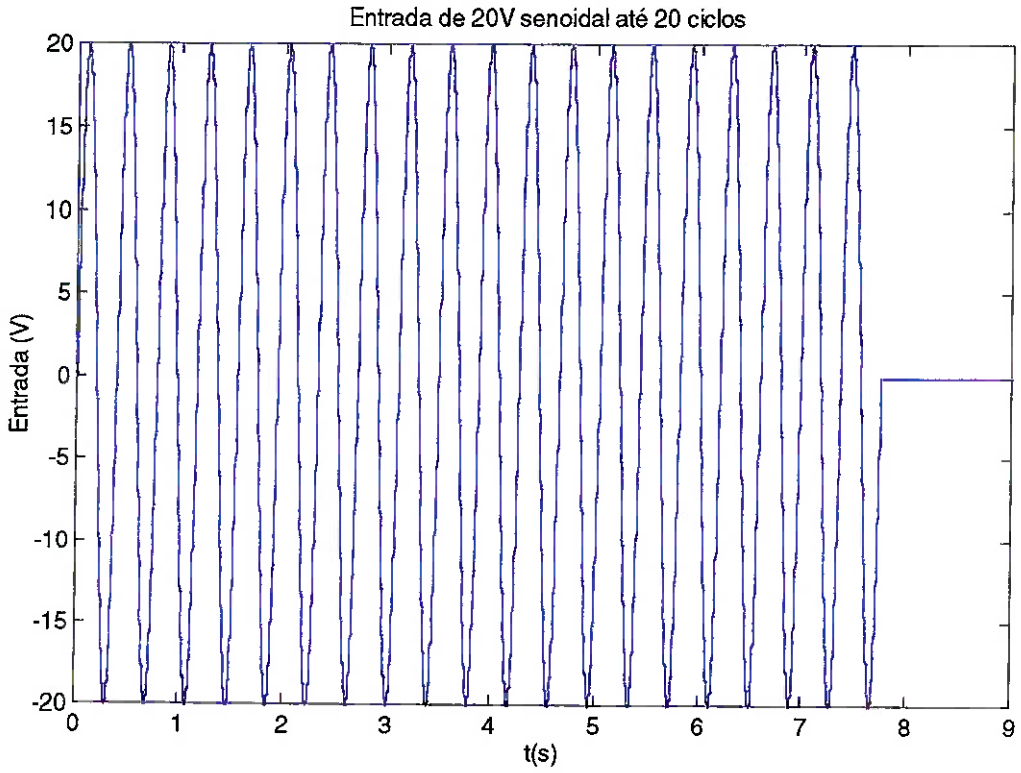

Gráfico 5.5- Entrada senoidal com 1ª freqüência natural da viga

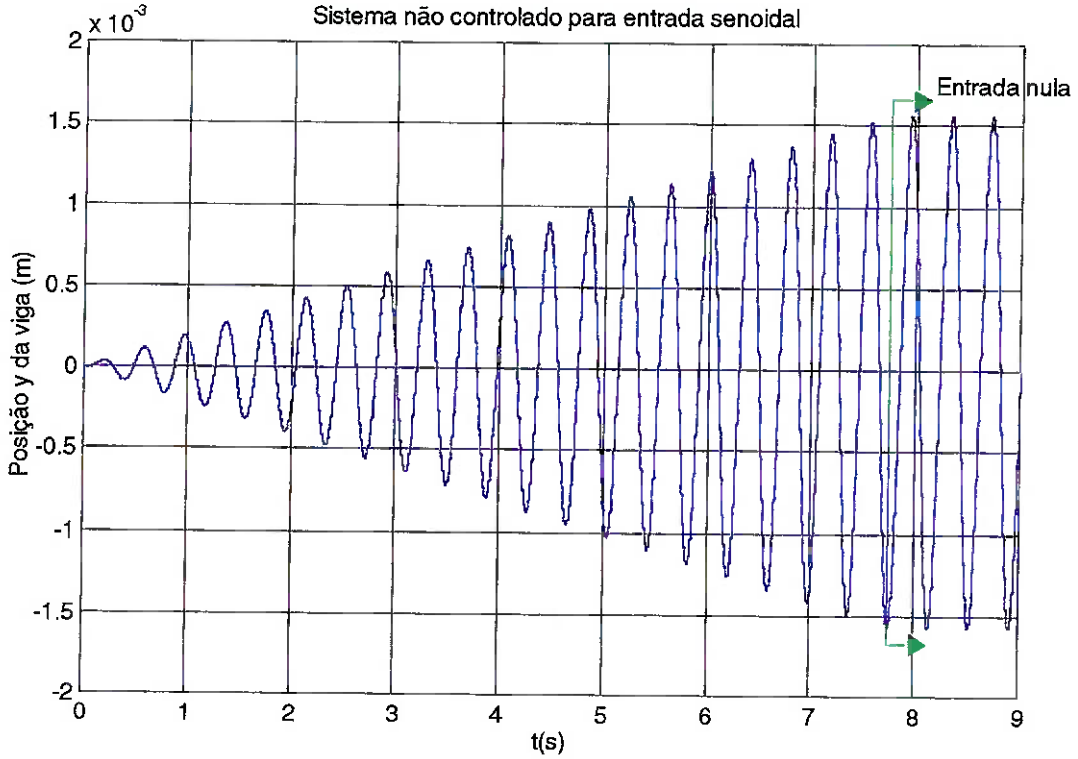

Gráfico 5.6- Saída do sistema não controlado com entrada senoidal

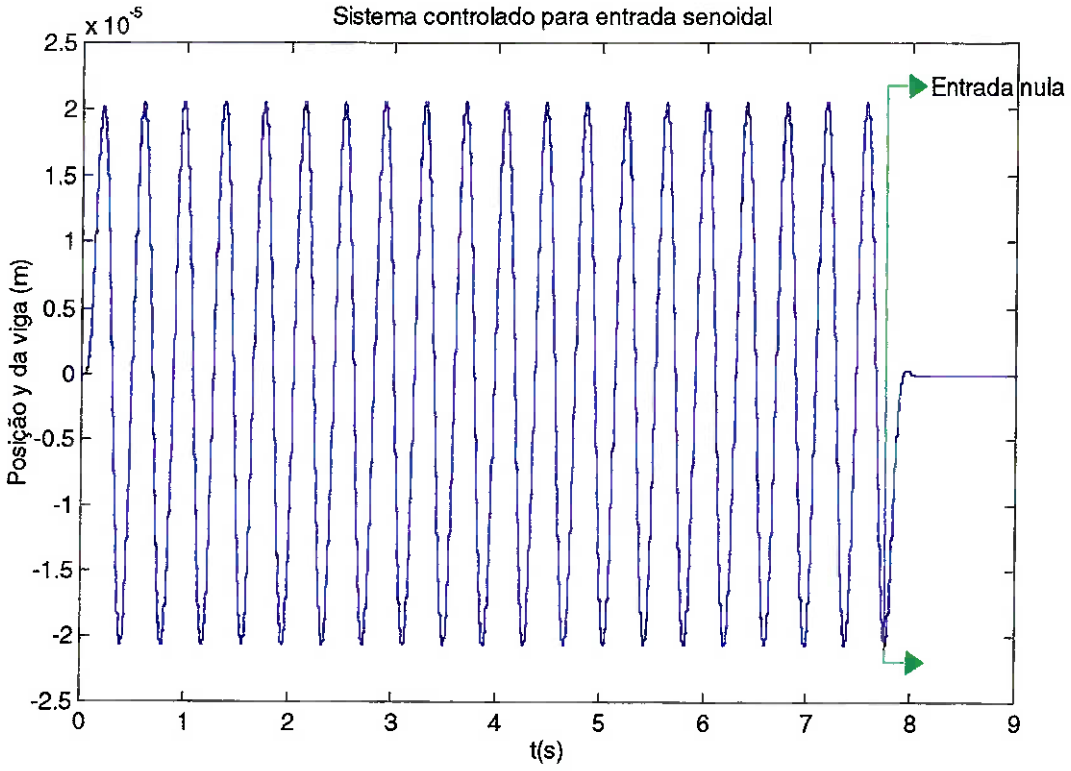

Gráfico 5.7- Saída do sistema controlado com entrada senoidal

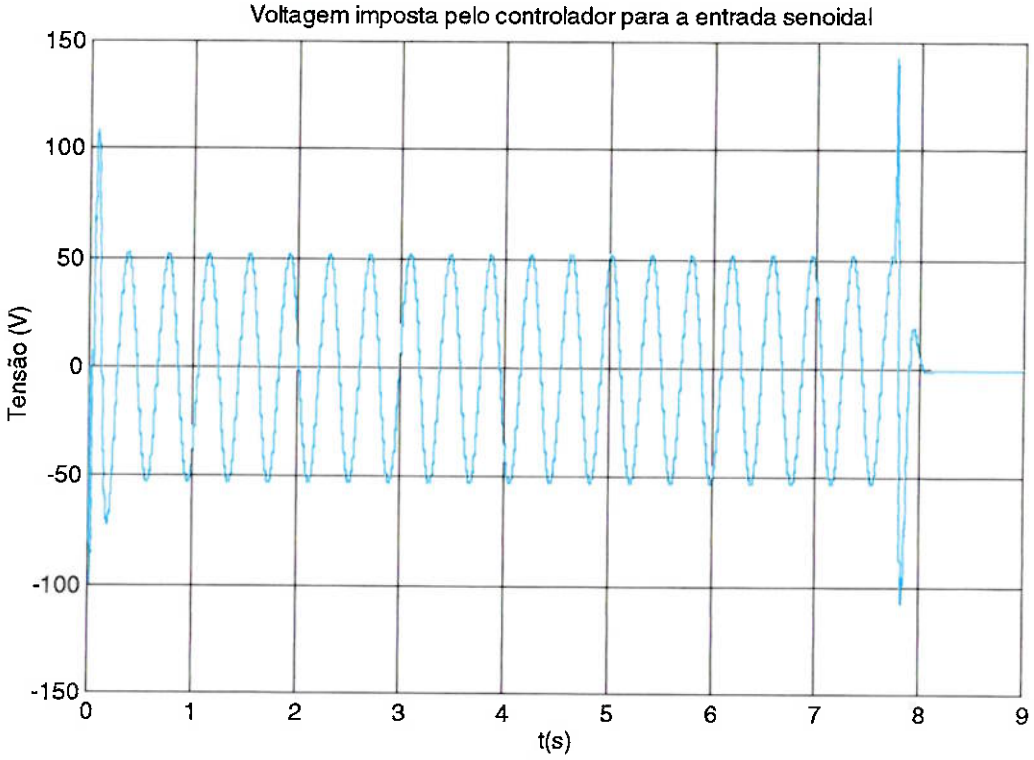

Gráfico 5.8- Voltagem imposta pelo controlador para a entrada senoidal

Deve-se, ainda, ressaltar que para a obtenção desses valores para o controlador foram feitas várias simulações com posições diferentes para os pólos do sistema controlado e que, dentre todas, essa apresentada foi a que mais se adequou à exigência de valores razoáveis para a tensão imposta aos atuadores (nas primeiras simulações a tensão era da ordem de 10^6 V o que era totalmente inadmissível e absurdo).

O projeto por alocação de pólos ainda foi feito para acompanhamento de referência já que controladores em espaço de estado usando alocação de pólos leva, essencialmente, a bons reguladores que têm boas características de rejeição a perturbações não sendo, porém, apropriados para incluir acompanhamento do sinal de referência segundo Fleury [5], para que isso fosse possível foram necessárias algumas mudanças na lei de controle como pode ser visto dentro do programa polostf.m que encontra-se no **Anexo 1** desse trabalho.

Ainda segundo Fleury[5], para o uso do método de alocação de pólos a lei de controle exige o conhecimento de todas as variáveis de estado. Na prática, dispor de todas essas medidas é muito difícil quando não impossível. Existe, então a necessidade de se estimar as variáveis não medidas para que a ação de controle possa ser calculada. Para isso usa-se um observador de estados.

Observadores são algoritmos embutidos no controlador capazes de gerar estimativas do estado do sistema. Foram desenvolvidos por Menberger e por isso são, muitas vezes, chamados Observadores de Menberger.

Neste trabalho foi desenvolvido um observador identidade que estima todo o vetor de estados, isto é, todas as n variáveis do sistema independentemente do número de medidas dos sensores.

Os pólos do observador devem ter sua parte real mais negativas que os pólos do controlador pois, assim, terá uma estimativa do estado do sistema mais rapidamente e esse valor poderá, então, ser usado pelo controlador apresentando erro mínimo.

O projeto desse observador, feito no programa polostf.m e seu resultado podem ser vistos no **Anexo 1** deste trabalho.

Abaixo podemos ver os gráficos do observador para cada um dos estados, nestas simulações o estado real da planta e o do observador têm valores iniciais diferentes para que possamos, assim, ver a convergência rápida (em menos que 0,015s) dos valores reais e estimados.

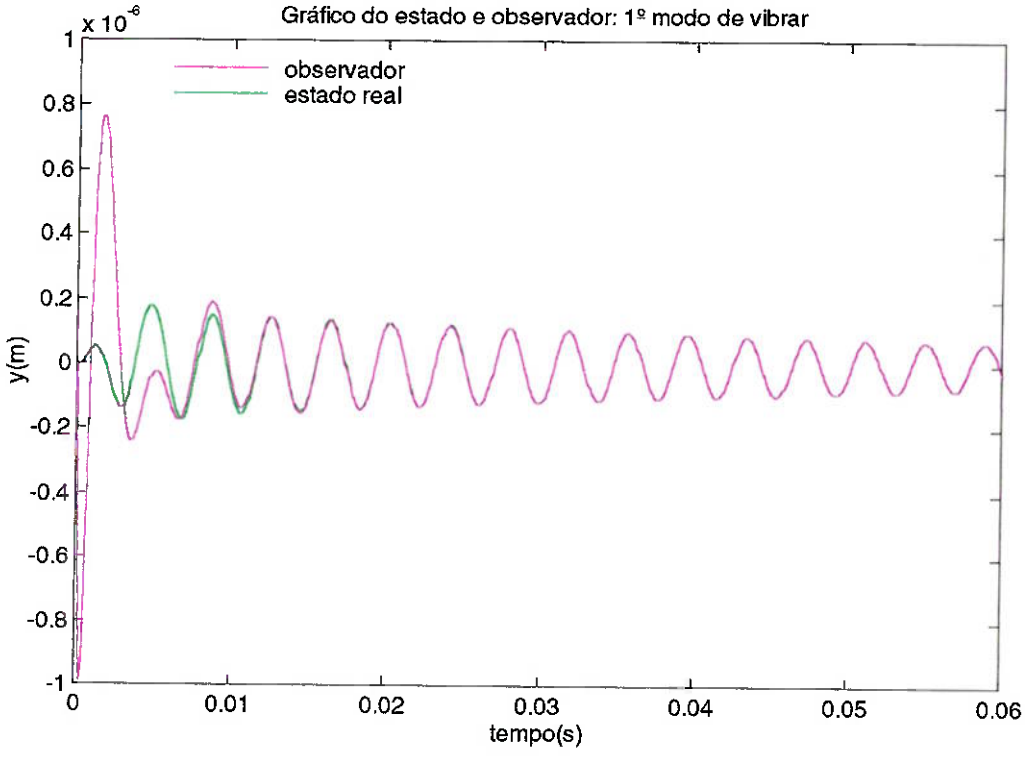

Gráfico 5.9- Observador de estados para o 1º modo de vibrar

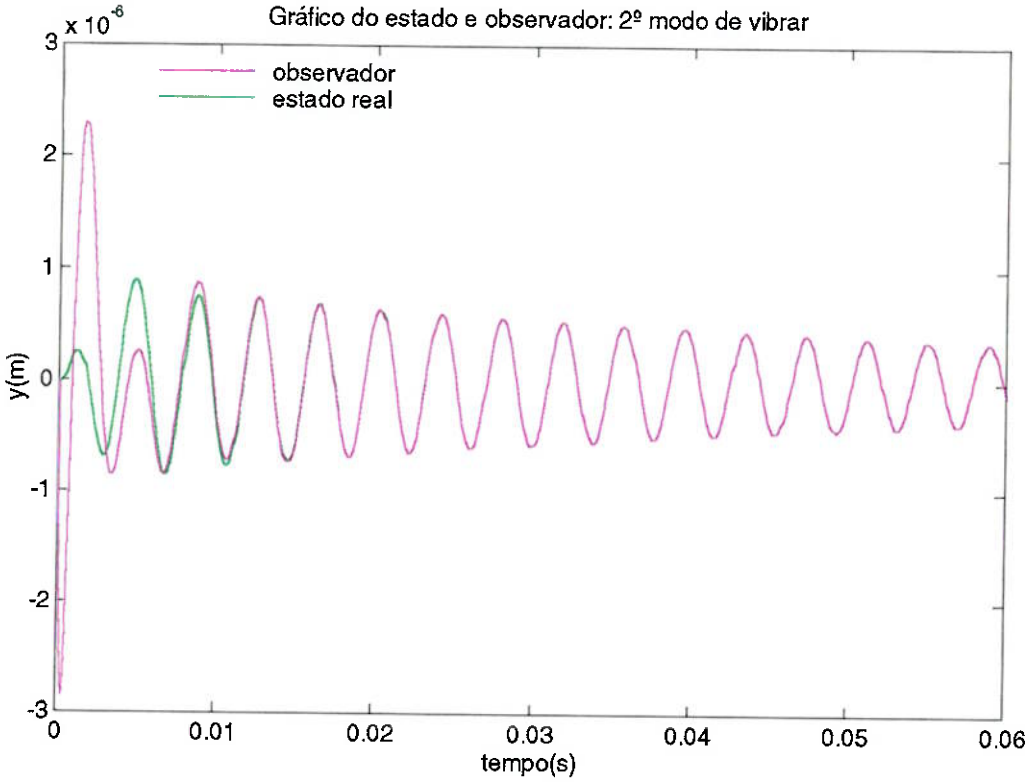

Gráfico 5.10- Observador de estados para o 2º modo de vibrar

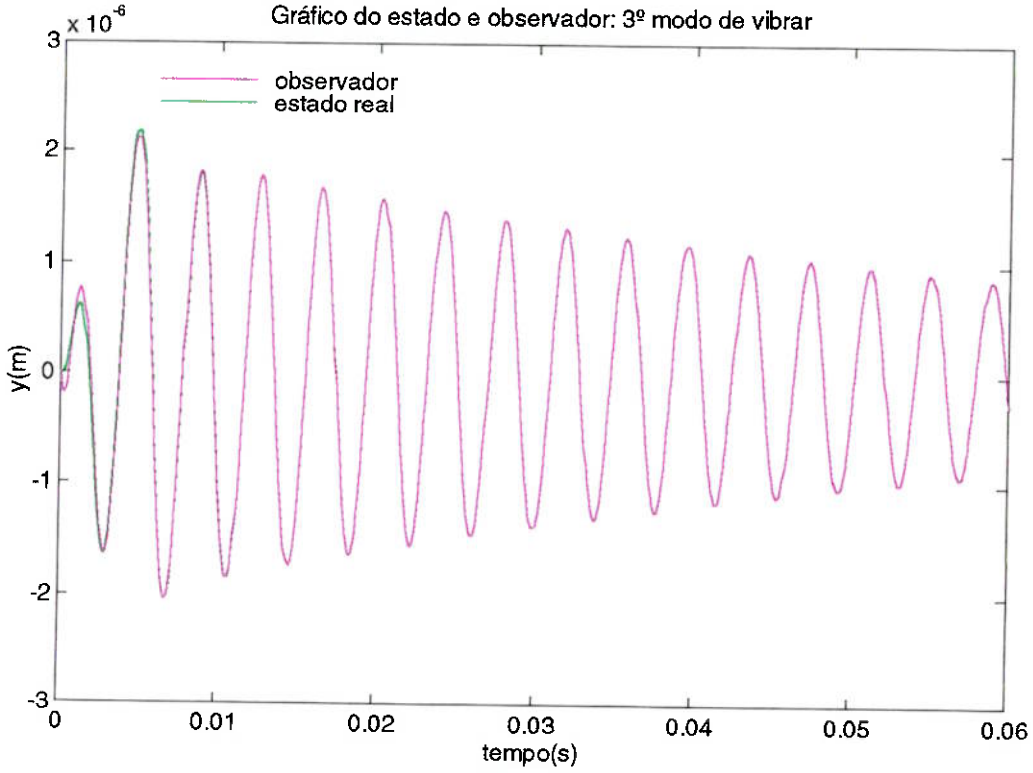

Gráfico 5.11- Observador de estados para o 3º modo de vibrar

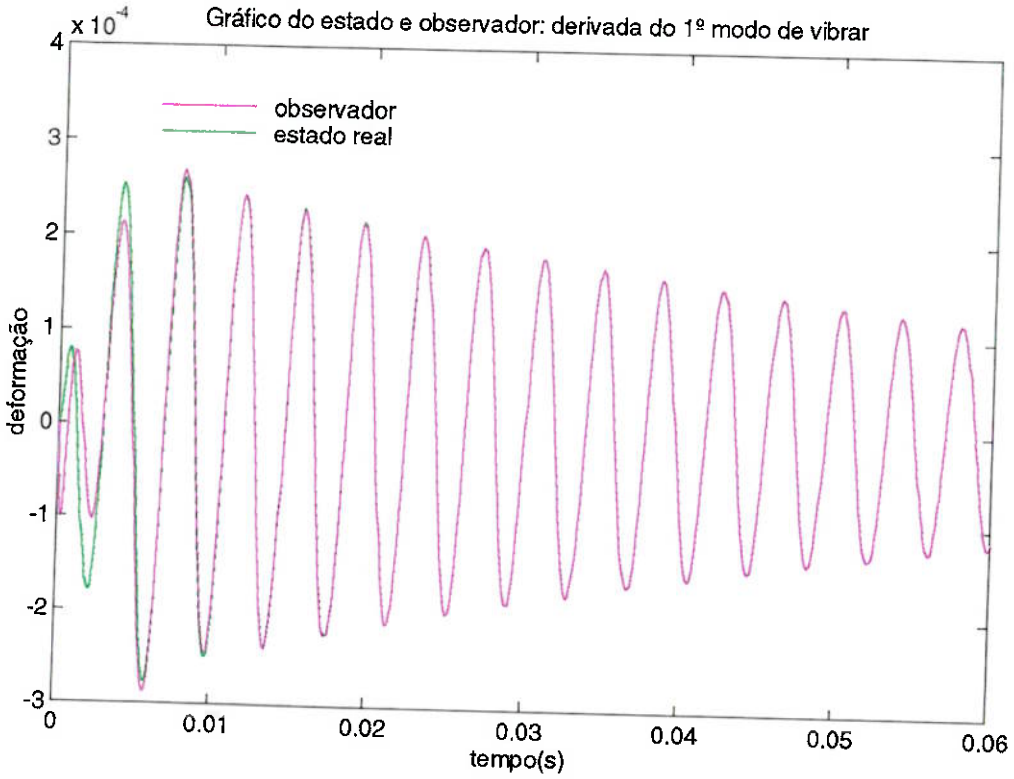

Gráfico 5.12- Observador de estados para deformações do 1º modo de vibrar

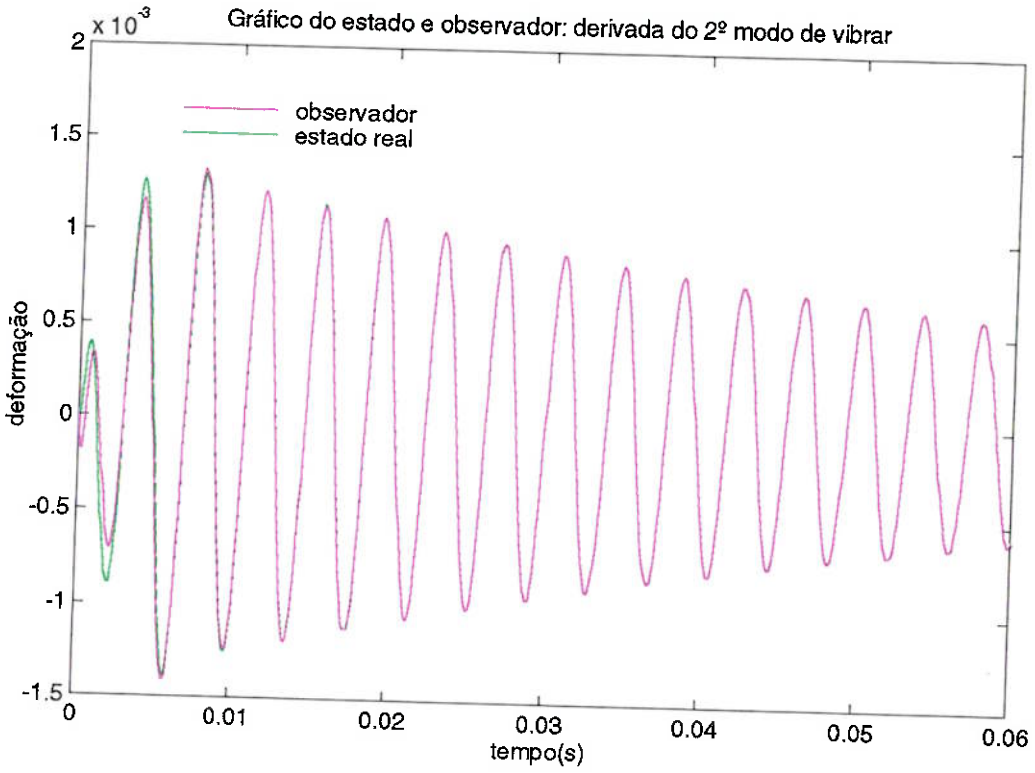

Gráfico 5.13- Observador de estados para deformações do 2º modo de vibrar

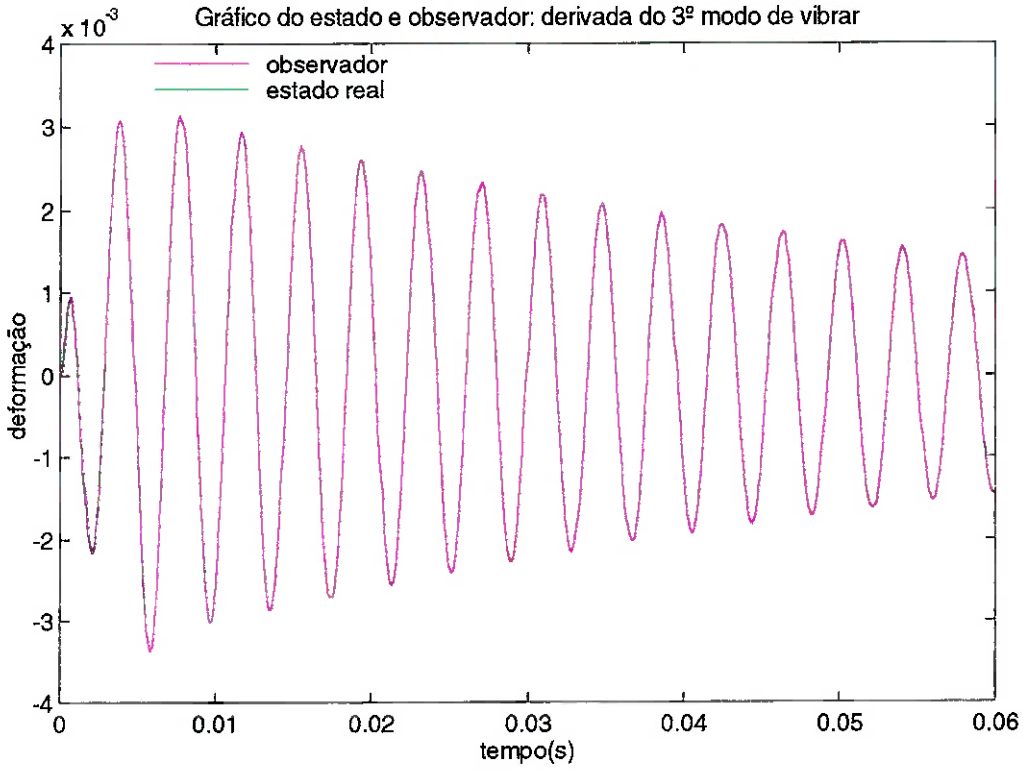

Gráfico 5.14- Observador de estados para deformações do 3° modo de vibrar

Abaixo pode-se ver a mudança de comportamento do sistema com e sem o controle em relação à resposta em freqüência.

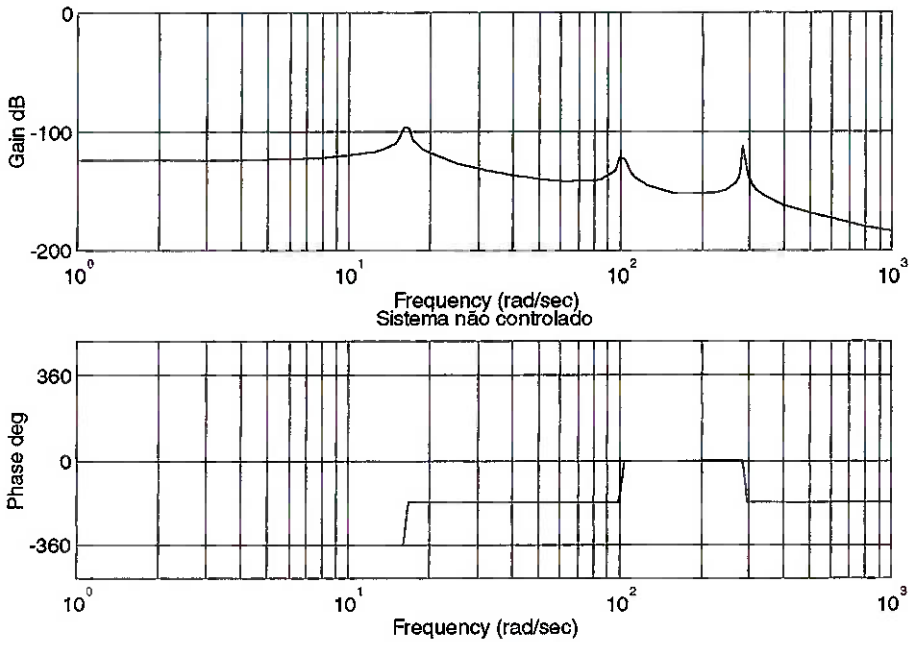

Gráfico 5.15- Resposta em freqüência do sistema não controlado

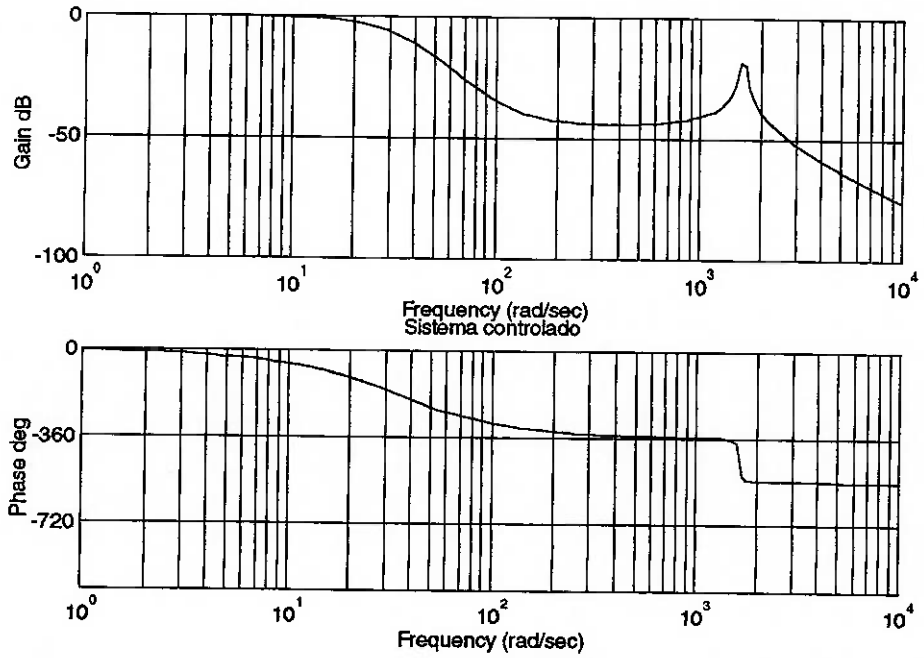

Gráfico 5.16- Resposta em freqüência do sistema controlado

Onde podemos ver que houve uma boa melhora no ganho do sistema com o controle que mantém-se em zero até 10 rad/s e só a partir daí atenua o sinal de entrada, diferentemente do que ocorria com o sistema não controlado.

Conclui-se, portanto, que a implementação do controle em nossa planta melhorou o comportamento desta em todos os sentidos (tanto para resposta no domínio do tempo como para no domínio da freqüência) fazendo com que esta tenha uma resposta mais rápida e precisa e estável que o sistema inicial.

Outras características e parâmetros do sistema controlado podem ser encontradas no **Anexo 1**, mais ao final do trabalho.

Todos os cálculos e projetos desta parte foram feitos baseados em Fleury[5] e Ogata[6].

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA SEQÜÊNCIA DO TRABALHO

Pode-se inferir, através da análise dos resultados obtidos com a realização deste trabalho de graduação que, como se previa no início desta pesquisa, a utilização de estruturas inteligentes, que sofrem a interferência de um atuador, piezelétrico no caso apresentado e que são controladas por microprocessadores é uma técnica extremamente eficiente e eficaz que pode fazer com que uma estrutura tenha seu comportamento e suas características alteradas ao longo do tempo, não sendo estas, portanto definidas unicamente no projeto estrutural da mesma.

Esta experiência só veio a comprovar de maneira fácil e evidente que se pode, através dessa técnica, criar-se estruturas leves e delgadas que sejam tão estáveis e resistentes quanto outras bem maiores, porém passivas.

No caso estudado, mais exatamente, pôde-se notar que a implantação de um controlador na viga engastada diminuiu sensivelmente sua vibração amortecendo e eliminando-a em um tempo bem menor do que ocorreria no mesmo sistema sem essa atuação externa.

No modelo utilizado o amortecimento natural do sistema era nulo, ou seja, a barra não atingiria a sua posição de equilíbrio nunca, ficaria oscilando em torno desta indefinidamente e o controlador fez com que a viga atingisse o equilíbrio em menos de 0,5 s.

Obviamente essa melhoria do comportamento do sistema tem um custo que é a implantação de todo um sistema de controle que inclui sensores, atuadores, filtros, amplificadores de sinal, microprocessadores, , placas

conversoras dentre outros elementos e a criação e implementação de todo esse sistema também é algo que requer um estudo e leva um certo tempo até que se atinja o desempenho esperado.

Infelizmente não houve tempo para a implementação física de todo esse sistema, mas isso é algo, sem dúvida, muito interessante que fica aqui como uma sugestão para futuros trabalhos nessa área que possam a vir a ser realizados nessa escola.

Outras sugestões e indicações para futuras pesquisas dando seqüência a esse trabalho são:

- Validação do modelo matemático já que, apesar de isso já ter sido feito por Benain[4] há algumas diferenças entre o modelo dele e o aqui apresentado;
- Leve modificação do modelo matemático para que este contemple o amortecimento natural do sistema que foi considerado nulo neste projeto e no de Benain[4];
- Implementação de um outro sistema de controle (uma outra lei de controle) através da utilização de outras técnicas de projeto;
- Redução da tensão máxima de controle da viga;
- Utilização e quatro atuadores ao invés de dois, o que encareceria o projeto, mas deve melhorar a resposta do sistema;
- Conversão da lei de controle do meio contínuo para o discreto e sua transformação em equação de diferenças para que possa ser implementado em um microprocessador e usada na construção de um protótipo.

A criação de um protótipo seria interessante, pois este seria de grande valia para a demonstração da eficácia do controle para alunos do curso de teoria do controle desta escola já que se trata de um sistema mecânico que pode ter suas variáveis de estado medidas e observadas facilmente por qualquer pessoa, diferentemente do sistema elétrico composto por um integrador atualmente utilizado que é duramente criticado pelos alunos e que não tem demonstrado eficácia para o aprendizado dos mesmos. Essa necessidade foi notada por mim mesmo durante o curso de laboratório de controle feito por mim no segundo semestre de 1999.

Em Benain[4] podemos, ainda, encontrar outras sugestões igualmente interessantes para a seqüência deste projeto.

ANEXO 1

Serão apresentadas nesse anexo todas as rotinas desenvolvidas em Matlab que foram necessárias para que se chegasse às informações contidas nesse trabalho bem como seus dados de saída.

A listagem dos programas encontra-se comentadas e todas as variáveis estão descritas para facilitar a compreensão do programa.

Inicialmente, será apresentada a primeira rotina principal, que contém a modelagem e alguns cálculos para o dimensionamento do sistema. Em seguida veremos a segunda rotina principal, que também contém a modelagem acompanhada pelo projeto do controlador por alocação de pólos com acompanhamento de referência e do projeto do observador de estados com algumas simulações e resultados e, depois, todas as funções chamadas internamente por esta e finalmente será inserida a saída do programa a menos de seus gráficos que se encontram oportunamente colocados no capítulo sobre o dimensionamento da barra no decorrer do texto deste trabalho.

Rotina tf.m

```
% inicialização do programa
close all;
clear den ro E b h l lambda freq w b sensor atuador latuador li lf km
M K A0 B0 B C D C1 D1 ba Ea d31 ta cteforma I freqteste erro i aux ans
inc num posicao abcissa dens;
global den ro E b h l lambda freq w b sensor atuador latuador li lf km
M K A0 B0 B C D C1 D1 ba Ea d31 ta cteforma I freqteste erro dens;
for i=1:1:8
disp(' ');
end;
for i=1:1:2
disp('-----------------------------------------------------------------
-----------------------------------');
end;
for i=1:1:3
disp(' ');
```

```
end;
clc;

% grandezas do sistema no SI
inc=0.5;                %incremento para calcular os lambda
erro=1e-9;              % erro máximo para o calculo dos b
dens=2710;              % densidade do material escolhido
E=7.1e10;               % módulo de Young do material
b= 0.0254;              % largura da barra vibrante
h=0.002;                % espessura da barra
l=0.8;                  % comprimento da barra
atuador=0.035;          % posição central do atuador
latuador=0.07;          % comprimento do atuador piezoelétrico
sensor(1)=0.02;         %
sensor(2)=0.28;         % posição dos extensômetros
sensor(3)=0.58;         %
ba=25.4e-3;             % largura do atuador
Ea=4.9e10;              % módulo de elasticidade do atuador
d31=-1.79e-10;          % coeficiente de carga transversal da cerâmica
ta=0.1905e-3;           % espessura da cerâmica
km=ba*Ea*d31*(ta+h);    % constante do material piezoelétrico
ro=dens*b*h;            % densidade linear da barra
freqteste=8;            % freqüência (Hz) do atuador usada para cálculo
                        % de ganho na determinação da posição do mesmo
Ventrada=-60;           % tensão de entrada do controlador em V

% Cálculo das 5 primeiras freqüências naturais da barra

aux=0;
ref=0;
erroaux(1)=0;
for i=2:1:5
      erroaux(i)=erro;
      end
for i=1:1:5
      aux=aux+inc;
      lambda(i)=fzero('lamb', aux);
      while (lambda(i)-ref)<erroaux(i),
      aux=aux+inc;
      lambda(i)= fzero('lamb',aux);
      end
ref=lambda(i);
end
clear aux ref erroaux;
for i=1:1:5
      freq(i)=fn(lambda(i));
      w(i)=2*pi*freq(i);
end

%Cálculo das constantes de forma

for i=1:1:3
      cteforma(i)=1;
end

aux = quad8('ortod1',0,1,erro);
cteforma(1)=ro*(aux);
aux = quad8('ortod2',0,1,erro);
cteforma(2)=ro*(aux);
aux = quad8('ortod3',0,1,erro);
```

```
cteforma(3)=ro*(aux);

li= atuador-(latuador/2);
lf= atuador+(latuador/2);

% inicialização das matrizes

M=matm;
K=matk;
B=matb;
A0=mata0;
B0=matb0;
C=matc;

%plotagem das funções de forma

chk=1;
for flag=0:0.01:1
      Y1(chk)=gama1(flag);
      Y2(chk)=gama2(flag);
      Y3(chk)=gama3(flag);
      abcissa(chk)=flag;
      chk=chk+1;
end;
clear chk flag;
figure(1);
plot(abcissa,Y1,'-',abcissa,Y2,'-.',abcissa,Y3,'--');
figure(1);
title('Funções de forma da barra (Gráfico Qualitativo)');
figure(1);
xlabel('Abcissa (m)');
figure(1);
ylabel('Amplitude máxima de vibração');
text(0.5,0.25,'1° modo');
text(0.5,0.07,'2° modo');
text(0.48,-0.06,'3° modo');
Ytotal=abs(Y1+Y2+Y3);
figure(2);
plot(abcissa,Ytotal);
figure(2);
title('Amplitude de vibração máxima da barra (Gráfico Qualitativo)');
figure(2);
xlabel('Abcissa (m)');
figure(2);
ylabel('Amplitude máxima de vibração da barra');

% deformação máxima da barra

chk=1;
for flag=0:0.01:1
      Y2d1(chk)=gama2d1(flag);
      Y2d2(chk)=gama2d2(flag);
      Y2d3(chk)=gama2d3(flag);
      abcissa(chk)=flag;
      chk=chk+1;
end;
clear chk flag;
figure(3);
plot(abcissa,abs(Y2d1),'-',abcissa,abs(Y2d2),'-.',abcissa,abs(Y2d3),'-
-');
```

```
figure(3);
title('Deformação causada pelas funções de forma da barra
(Qualitativo)');
figure(3);
xlabel('Abcissa (m)');
figure(3);
ylabel('Deformação máxima');
text(0.25,1.35,'1° modo');
text(0.5,2,'2° modo');
text(0.3,12,'3° modo');
Y2dtotal=abs(Y2d1+Y2d2+Y2d3);
figure(4);
plot(abcissa,Y2dtotal);
figure(4);
title('Deformação Total Máxima da barra (Qualitativo)');
figure(4);
xlabel('Abcissa (m)');
figure(4);
ylabel('Deformação máxima');

disp('O sitema xponto=A0*x+B0*u y=C*x é composto por:');
disp('A0=');
disp(A0);
disp('B0=');
disp(B0);
disp('C=');
disp(C);
disp('Onde x transposto(xt) vale xt=[p1 p2 p3 pponto1 pponto2 pponto3]
quando p são os modos de vibrar da')
disp('barra e pponto são suas derivadas. O vetor xponto é composto
pela derivada dos elementos do vetor x')
disp('sendo, também, um vetor coluna com a forma 6X1. O vetor u dá as
condições iniciais do sitema.');
disp(' ');
disp('Como o sistema apresenta seis variáveis de estado para ser
observável e controlável o posto das suas');
disp('matrizes de controlabilidade (CO) e observabilidade(OB) deve ser
igual a 6. Abaixo temos esses');
disp('valores:');
disp('posto de OB=');
disp(rank(obsv(A0,C)));
disp('posto de CO=');
disp(rank(ctrb(A0,B0)));
disp('O que prova que o sistema acima descrito é controlável e
observável.');

% Gráfico para auxiliar no posicionamento do atuador
[ganho posicao]=xatuador;
figure(5);
plot(posicao,ganho(:,1),posicao,ganho(:,2),posicao,ganho(:,3));
title('Ganho da extremidade livre da barra em função da posição
central do atuador');
xlabel('Posição (m)');
ylabel('Ganho');
text(0.53, 2*10^(-7),'1° modo');
text(0.37, 1.3*10^(-7),'2° modo');
text(0.51, .3*10^(-7),'3° modo');
grid;

% Simulação do sistema no tempo
```

```
D=0;
[num den]=ss2tf(A0, B0, C, D);
simtfpla;
input('Simule o sistema e depois aperte ENTER');

% Gráfico da simulação e da entrada aplicada
figure(6);
plot(t,y,'r',[2.6 2.5 2.5 2.6],[-2.1e-3 -2.1e-3 2.1e-3 2.1e-3],'r--');
hold on;
fill([2.6 2.7 2.6],[-2.2 -2.1 -2.0]*1e-3,'r');
fill([2.6 2.7 2.6],[2.2 2.1 2]*1e-3,'r');
text(2.71, 2.1e-3, 'Vibração sem interferência do atuador');
grid;
hold off;
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Deflexão da ponta da barra em m');
title('Deflexão da ponta livre da barra em função do tempo');
figure(7);
plot(t,(entrada/2),'g',0,-80,0,80);
title('Tensão de entrada em cada um dos atuadores em função do
tempo');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Tensão aplicada em cada um dos atuadores (V)');
grid;

% Apresentação dos valores das variáveis de entrada
disp('A posição central escolhida para o atuador é, em metros a partir
do engastamento:')
disp(atuador);
disp('As dimensões e propriedades dos atuadores são iguais a :')
disp('Comprimento (m):')
disp(latuador);
disp('Largura (m):');
disp(ba);
disp('Espessura (m):');
disp(ta);
disp('Módulo de elasticidade (Pa):');
disp(Ea);
disp('Coeficiente de carga transversal (m/V):')
disp(d31);
disp('As dimensões e propriedades da barra de alumínio são iguais a
:')
disp('Comprimento (m):')
disp(l);
disp('Largura (m):');
disp(b);
disp('Espessura (m):');
disp(h);
disp('Módulo de elasticidade (Pa):');
disp(E);
disp('Densidade do mateiral (Kg/m^3):')
disp(dens);
disp('As posições dos três extensômetros são:');
disp(sensor(1));
disp(sensor(2));
disp(sensor(3));
lalala;
```

Rotina polostf.m

```
% inicialização do programa
close all;
clear den ro E b h l lambda freq w b sensor atuador latuador li lf km
M K A0 B0 B C D C1 D1 ba Ea d31 ta cteforma I freqteste erro i aux ans
inc num posicao abcissa dens;
global den ro E b h l lambda freq w b sensor atuador latuador li lf km
M K A0 B0 B C D C1 D1 ba Ea d31 ta cteforma I freqteste erro dens;
for i=1:1:8
disp(' ');
end;
for i=1:1:2
disp('-----------------------------------------------------------------
-----------------------------------');
end;
for i=1:1:3
disp(' ');
end;
clc;

% grandezas do sistema no SI
inc=0.5;          %incremento para calcular os lambda
erro=1e-9;        % erro máximo para o calculo dos b
dens=2710;        % densidade do material escolhido
E=7.1e10;         % módulo de Young do material
b= 0.0254;        % largura da barra vibrante
h=0.002;          % espessura da barra
l=.8;             % comprimento da barra
atuador=0.8-0.765;      % posição central do atuador
latuador=0.07;          % comprimento do atuador piezoelétrico
sensor(1)=0.02;         %
sensor(2)=0.28;         % posição dos extensômetros
sensor(3)=0.58;         %
ba=25.4e-3;       % largura do atuador
Ea=4.9e10;        % módulo de elasticidade do atuador
d31=-1.79e-10;          % coeficiente de carga transversal da cerâmica
ta=0.1905e-3;           % espessura da cerâmica
km=ba*Ea*d31*(ta+h);    % constante do material piezoelétrico
ro=dens*b*h;            % densidade linear da barra
freqteste=8;            % freqüência (Hz) do atuador usada para cálculo
                  % de ganho na determinação da posição do mesmo
Ventrada=-60;           % tensão de entrada do controlador em V

% Cálculo das 5 primeiras freqüências naturais da barra

aux=0;
ref=0;
erroaux(1)=0;
for i=2:1:5
      erroaux(i)=erro;
      end
for i=1:1:5
      aux=aux+inc;
      lambda(i)=fzero('lamb', aux);
      while (lambda(i)-ref)<erroaux(i),
      aux=aux+inc;
```

```
        lambda(i)= fzero('lamb',aux);
        end
ref=lambda(i);
end
clear aux ref erroaux;
for i=1:1:5
      freq(i)=fn(lambda(i));
      w(i)=2*pi*freq(i);
end

%Cálculo das constantes de forma

for i=1:1:3
     cteforma(i)=1;
end

aux = quad8('ortod1',0,1,erro);
cteforma(1)=ro*(aux);
aux = quad8('ortod2',0,1,erro);
cteforma(2)=ro*(aux);
aux = quad8('ortod3',0,1,erro);
cteforma(3)=ro*(aux);

li= atuador-(latuador/2);
lf= atuador+(latuador/2);

% inicialização das matrizes

M=matm;
K=matk;
B=matb;
A0=mata0;
B0=matb0;
C=matc;

% Exibição do sistema

disp('O sitema xponto=A0*x+B0*u y=C*x é composto por:');
disp('A0=');
disp(A0);
disp('B0=');
disp(B0);
disp('C=');
disp(C);
disp('Onde x transposto(xt) vale xt=[p1 p2 p3 pponto1 pponto2 pponto3]
quando p são os modos de vibrar da')
disp('barra e pponto são suas derivadas. O vetor xponto é composto
pela derivada dos elementos do vetor x')
disp('sendo, também, um vetor coluna com a forma 6X1. O vetor u dá as
condições iniciais do sitema.');
disp(' ');
disp('Como o sistema apresenta seis variáveis de estado para ser
observável e controlável o posto das suas');
disp('matrizes de controlabilidade (CO) e observabilidade(OB) deve ser
igual a 6. Abaixo temos esses');
disp('valores:');
disp('posto de OB=');
disp(rank(obsv(A0,C)));
disp('posto de CO=');
disp(rank(ctrb(A0,B0)));
```

```
disp('O que prova que o sistema acima descrito é controlável e
observável.');
D=0;
[num den]=ss2tf(A0, B0, C, D);


% Apresentação dos valores das variáveis de entrada
disp('A posição central escolhida para o atuador é, em metros a partir
do engastamento:')
disp(atuador);
disp('As dimensões e propriedades dos atuadores são iguais a :')
disp('Comprimento (m):')
disp(latuador);
disp('Largura (m):');
disp(ba);
disp('Espessura (m):');
disp(ta);
disp('Módulo de elasticidade (Pa):');
disp(Ea);
disp('Coeficiente de carga transversal (m/V):')
disp(d31);
disp('As dimensões e propriedades da barra de alumínio são iguais a
:')
disp('Comprimento (m):')
disp(l);
disp('Largura (m):');
disp(b);
disp('Espessura (m):');
disp(h);
disp('Módulo de elasticidade (Pa):');
disp(E);
disp('Densidade do material (Kg/m^3):')
disp(dens);
disp('As posições dos três extensômetros são:');
disp(sensor(1));
disp(sensor(2));
disp(sensor(3));

% projeto do controlador por alocação de pólos

%cálculo e exibição dos pólos em malha aberta
polos1=eig(A0);
disp ('Os pólos em malha aberta são:');
disp (polos1);
contfig=1;
figure(contfig);
plot
(real(polos1(1)),imag(polos1(1)),'rx',real(polos1(2)),imag(polos1(2)),
'rx',real(polos1(3)),imag(polos1(3)),'go',
real(polos1(4)),imag(polos1(4)),'go',real(polos1(5)),imag(polos1(5)),'
b*',real(polos1(6)),imag(polos1(6)),'b*');
title('Pólos do sistema não controlado');
grid;
xlabel ('real');
ylabel ('imaginário');

% definição dos novos pólos

cteaux= .0865;
```

```
polos2(1)=-1.0168*cteaux*max(imag(polos1))+cteaux*sqrt(-
1)*max(imag(polos1));
polos2(2)=real(polos2(1))-sqrt(-1)*cteaux*max(imag(polos1));
polos2(3)=1.1*real(polos2(2))+sqrt(-1)*min(abs(imag(polos1)));
polos2(4)=1.1*real(polos2(2))-sqrt(-1)*min(abs(imag(polos1)));
for i=1:1:6
      if(abs(imag(polos1(i)))~=max(abs(imag(polos2))))
            if(abs(imag(polos1(i)))~=min(abs(imag(polos2))))
                  aux=abs(imag(polos1(i)));
            end
      end
end
polos2(5)=.6*real(polos2(2))+16*sqrt(-1)*aux;
polos2(6)=.6*real(polos2(2))-16*sqrt(-1)*aux;

%alocação de pólos propriamente dita e exibição da matriz K0 de
controle
K0=place(A0,B0,polos2);
disp ('A matriz K0 de controle que aloca os polos do sistema nas novas
posições é:');
disp (K0);

%exibição dos novos pólos
disp ('Os novos polos são:');
disp (eig(A0-B0*K0));
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot
(real(polos2(1)),imag(polos2(1)),'rx',real(polos2(2)),imag(polos2(2)),
'rx',real(polos2(3)),imag(polos2(3)),'go',
real(polos2(4)),imag(polos2(4)),'go',real(polos2(5)),imag(polos2(5)),'
b*',real(polos2(6)),imag(polos2(6)),'b*');
title('Pólos do sistema controlado');
grid;
xlabel ('real');
ylabel ('imaginário');
T=0:.002:1.17;
[X,Y]=step (num,den,T);
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(T,X,'b');
title('Saída do sistema não controlado para entrada em degrau
unitário');
xlabel('t(s)');
ylabel('Posição y da extremidade da barra (m)');

%cálculo das matrizes Nu e Nx para acompanhamento de referência
flag=[A0 B0;C 0];
flag=inv(flag);
res=[ zeros(6,1); ones(1,1)];
Ns=flag*res;
Nu=Ns(7);
Nx=[Ns(1);Ns(2);Ns(3);Ns(4);Ns(5);Ns(6)];

%cálculo e exibição da função de transferência em malha fechada
disp('A função de transferência do sistema em malha fechada é dada
pelo quociente num/den dos seguintes polinômios:');
[num2,den2]=ss2tf((A0-B0*K0),B0*(Nu+K0*Nx),C,D);
disp('num=');
disp(num2);
```

```
disp('den=');
disp(den2);
fator=C*(inv(A0))*(-B0);
T=0:.007:.9;
[X2,Y2]=step (num2,den2,T);
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
X2=X2*fator;
plot(T,X2,'b');
title('Saída do sistema controlado para entrada em degrau unitário');
xlabel('t(s)');
ylabel('Posição y da extremidade da barra (m)');

%definição de uma nova entrada

Vaplicada=20; %tensão máxima em cada atuador
tdiscr=0.002; %tempo de discretização da entrada e da simulação
nciclos=20;
tentrada= nciclos*2*pi/(w(1)); %tempo para entrada senoidal (número
inteiro de ciclos)
for i=0:1:(tentrada/tdiscr)
T(i+1)=i*tdiscr;
ent(i+1)=Vaplicada*(sin(w(1)*T(i+1)));
end
tfinalsim=ceil((tentrada)+2*2*pi/(w(1))); % tempo final da entrada e
da simulação
for i=((tentrada/tdiscr)+1):1:(tfinalsim/tdiscr)
T(i+1)=i*tdiscr;
ent(i+1)=0;
end

%simulações para essa nova entrada

contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(T,ent,'b');
title('Entrada de 20V senoidal até 20 ciclos');
xlabel('t(s)');
ylabel('Entrada (V)');
[X3,Y3]=lsim(num,den,2*ent,T);
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(T,X3,'b',[.2+tentrada     tentrada     tentrada     tentrada+.2],
[1.06*min(X3) 1.06*min(X3) 1.06*max(X3) 1.06*max(X3)],'g--');
title('Sistema não controlado para entrada senoidal');
xlabel('t(s)');
ylabel('Posição y da viga (m)');
hold on;
fill([.2+tentrada .4+tentrada .2+tentrada], [1.11*min(X3) 1.06*min(X3)
1.01*min(X3)],'g');
fill([.2+tentrada .4+tentrada .2+tentrada], [1.11*max(X3) 1.06*max(X3)
1.01*max(X3)],'g');
text(.42+tentrada,1.12*max(X3),'Entrada nula');
grid;
hold off;
[X4,Y4]=lsim(num2,den2,2*ent,T);
X4=X4*fator;
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
```

```
plot(T,X4,'b',[.2+tentrada      tentrada      tentrada      tentrada+.2],
[1.06*min(X4) 1.06*min(X4) 1.06*max(X4) 1.06*max(X4)],'g--');
title('Sistema controlado para entrada senoidal');
xlabel('t(s)');
ylabel('Posição y da viga (m)');
hold on;
fill([.2+tentrada .4+tentrada .2+tentrada], [1.11*min(X4) 1.06*min(X4)
1.01*min(X4)],'g');
fill([.2+tentrada .4+tentrada .2+tentrada], [1.11*max(X4) 1.06*max(X4)
1.01*max(X4)],'g');
text(.42+tentrada,1.06*max(X4),'Entrada nula');
hold off;

%Cálculo e plotagem da tensão no atuador em função do tempo
for i=1:1:((tfinalsim/tdiscr));
      V4(i)=.5*K0*Y4(i,:)';
end
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(T,V4,'c');
title('Voltagem imposta pelo controlador para a entrada senoidal');
xlabel('t(s)');
ylabel('Tensão (V)');
grid;

%exibição de alguns valores e parâmetros característicos do sistema
controlado
disp('Tensão máxima (V):');
disp(max(V4));
for i=((tentrada/tdiscr)+1):1:(tfinalsim/tdiscr)
Tzoom(i-(tentrada/tdiscr))=T(i+1);
X4zoom(i-(tentrada/tdiscr))=X4(i+1);
end
help1=min(X4zoom);
X4zoom=X4zoom-help1;
overshoot=100*(max(X4zoom)+help1)/abs(help1);
help2=(((-log(overshoot/100))/pi)^2);
psi=sqrt(help2/(1+help2));
for i=1:1:length(X4zoom)
if (X4zoom(i)==min(X4zoom))
      mini=i;
end;
if (X4zoom(i)==max(X4zoom))
      maxi=i;
end;
end;
wamort=2*pi*(1/(2*abs(T(maxi)-T(mini))));
wnat=wamort/(sqrt(1-psi^2));
percent=[2 5];
limites=[[(1+(percent(1)/100))*abs(help1)
(percent(1)/100))*abs(help1)];[(1+(percent(2)/100))*abs(help1)      (1-
(percent(2)/100))*abs(help1)]];
i=length(X4zoom);
while((X4zoom(i)<=limites(1,1) & X4zoom(i)>=limites(1,2))& (i>=1))
      ts2=Tzoom(i);
      i=i-1;
end;
i=length(X4zoom);
while((X4zoom(i)<=limites(2,1) & X4zoom(i)>=limites(2,2))& (i>=1))
      ts5=Tzoom(i);
```

```
        i=i-1;
    end;
    ts2=ts2-tentrada;
    ts5=ts5-tentrada;
    disp('O sobressinal(%) vale:');
    disp(overshoot);
    disp('O tempo de acomodação(s) a 5% vale:');
    disp(ts5);
    disp('O tempo de acomodação(s) a 2% vale:');
    disp(ts2);
    disp('A freqüência natural do sistema controlado em radianos é');
    disp(wnat);
    disp('Em Hertz vale:');
    disp(wnat/(2*pi));
    disp('A freqüência amortecida do sistema controlado em radianos é');
    disp(wamort);
    disp('Em Hertz vale:');
    disp(wamort/(2*pi));
    disp('O amortecimento do sistema é');
    disp(psi);
    clear help1 help2 tau limites percent flag res;

    % projeto do observador de estados
    disp('');
    disp('*****************************************************************');
    disp('Observador de estados');
    disp('*****************************************************************');
    disp('');
    disp('');
    disp('Pode-se projetar o observador de estados já que, como visto
    anteriormente, o sistema é observável.');
    polosob=40*real(polos2)+sqrt(-1)*imag(polos2)/30;
    t=0:0.0025:0.15;
    L=place(A0',C',polosob);
    L=L'; % observador
    cont2=1;
    for i=-3:7;
    for cont=1:9;
    w(cont2)=(cont)*10^i;
    cont2=cont2+1;
    end;
    end;
    w(cont2)=10^(i+1);
    ak=A0-B0*K0-L*C-L*D*K0;
    bk=L;
    ck=K0;
    xo=[0 0 0 0 0 0];
    xho=1e-9*[2 2 2 2 2 2];
    % se D é um escalar nulo, zeros(D) vai acusar erro. A próxima linha
    evita que isso ocorra.
    [tmp1,tmp2]=size(D);
    dk=zeros(tmp1,tmp2);
    [zk,pk,gaink]=ss2zp(ak,bk,ck,dk,1);
    disp('Os pólos do compensador são:');
    disp(pk);
    disp('Os zeros do compensador são:');
    disp(zk);
    [agk,bgk,cgk,dgk]=series(A0,B0,C,D,ak,bk,ck,dk);
    [mc,pc]=bode(agk,bgk,cgk,dgk,1,w);
    [gm,pm,wpc,wgc]=margin(mc,pc,w);
```

```
[at,bt,ct,dt]=feedback(A0,B0,C,D,ak,bk,ck,dk);
[zT,pT, gainT]=ss2zp(at,bt,ct,dt,1);
yc=step(at,bt,ct,dt,1,t);
dcg=dcgain(at,bt,ct,dt);
yc=yc/dcg;

% plota o estado real e estimado juntos além de exibir a matriz do
observador de estados
[ata,bta,cta,dta]=augstate(at,bt,ct,dt);
t2=[0:.0001:.06]';
x_xh=initial(ata,bta,cta,dta,[xo xho],t2);
x=x_xh(:,2:7);
xh=x_xh(:,8:13);
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(t2,x(:,1),'g-',t2,xh(:,1),'m');
title('Gráfico do estado e observador: 1° modo de vibrar')
xlabel('tempo(s)');
ylabel('y(m)');
hold on;
plot([.1*max(t2) .2*max(t2)],[1.1*max(xh(:,1)) 1.1*max(xh(:,1))],'g');
plot([.1*max(t2) .2*max(t2)],[1.2*max(xh(:,1)) 1.2*max(xh(:,1))],'m');
text(.22*max(t2), 1.2*max(xh(:,1)),'observador');
text(.22*max(t2), 1.1*max(xh(:,1)),'estado real');
hold off;
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(t2,x(:,2),'g-',t2,xh(:,2),'m');
title('Gráfico do estado e observador: 2° modo de vibrar')
xlabel('tempo(s)');
ylabel('y(m)');
hold on;
plot([.1*max(t2) .2*max(t2)],[1.1*max(xh(:,2)) 1.1*max(xh(:,2))],'g');
plot([.1*max(t2) .2*max(t2)],[1.2*max(xh(:,2)) 1.2*max(xh(:,2))],'m');
text(.22*max(t2), 1.2*max(xh(:,2)),'observador');
text(.22*max(t2), 1.1*max(xh(:,2)),'estado real');
hold off;
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(t2,x(:,3),'g-',t2,xh(:,3),'m');
title('Gráfico do estado e observador: 3° modo de vibrar')
xlabel('tempo(s)');
ylabel('y(m)');
hold on;
plot([.1*max(t2)                                    .2*max(t2)],[1.15*max(xh(:,3))
1.15*max(xh(:,3))],'g');
plot([.1*max(t2)                                    .2*max(t2)],[1.25*max(xh(:,3))
1.25*max(xh(:,3))],'m');
text(.22*max(t2), 1.25*max(xh(:,3)),'observador');
text(.22*max(t2), 1.15*max(xh(:,3)),'estado real');
hold off;
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(t2,x(:,4),'g-',t2,xh(:,4),'m');
title('Gráfico do estado e observador: derivada do 1° modo de vibrar')
xlabel('tempo(s)');
ylabel('deformação');
hold on;
plot([.1*max(t2)                                    .2*max(t2)],[1.15*max(xh(:,4))
1.15*max(xh(:,4))],'g');
```

```
plot([.1*max(t2)
1.25*max(xh(:,4))],'m');                    .2*max(t2)],[1.25*max(xh(:,4))
text(.22*max(t2), 1.25*max(xh(:,4)),'observador');
text(.22*max(t2), 1.15*max(xh(:,4)),'estado real');
hold off;
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(t2,x(:,5),'g-',t2,xh(:,5),'m');
title('Gráfico do estado e observador: derivada do 2° modo de vibrar')
xlabel('tempo(s)');
ylabel('deformação');
hold on;
plot([.1*max(t2)
1.15*max(xh(:,5))],'g');                    .2*max(t2)],[1.15*max(xh(:,5))
plot([.1*max(t2)
1.25*max(xh(:,5))],'m');                    .2*max(t2)],[1.25*max(xh(:,5))
text(.22*max(t2), 1.25*max(xh(:,5)),'observador');
text(.22*max(t2), 1.15*max(xh(:,5)),'estado real');
hold off;
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
plot(t2,x(:,6),'g-',t2,xh(:,6),'m');
title('Gráfico do estado e observador: derivada do 3° modo de vibrar')
xlabel('tempo(s)');
ylabel('deformação');
hold on;
plot([.1*max(t2) .2*max(t2)],[1.1*max(xh(:,6)) 1.1*max(xh(:,6))],'g');
plot([.1*max(t2) .2*max(t2)],[1.2*max(xh(:,6)) 1.2*max(xh(:,6))],'m');
text(.22*max(t2), 1.2*max(xh(:,6)),'observador');
text(.22*max(t2), 1.1*max(xh(:,6)),'estado real');
hold off;
contador=0;
disp('A matriz L do observador de estados é:');
disp(L);
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
bode(num,den);
title('Sistema não controlado');
contfig=contfig+1;
figure(contfig);
bode(num2,den2);
title('Sistema controlado');
lalala;
```

Rotina fn.m

```
% Função que dá os valores de w a partir das 5 primeiras raízes da
%equação característica do sistema

function[eq]= fn(lan);
global b h E I ro;
I=(b*(h^3))/12;              % momento de inércia da seção transversal da
                             %barra
eq= sqrt (((lan^4)*E*I)/ro)/(2*pi);
```

Rotinas gama1.m gama2.m e gama3.m que dão as funções de forma da barra

```
% Primeira função de forma de y
function[eq]= gama1(x);
global lambda cteforma ro l;
fi          =          cteforma(1)*(sin(lambda(1)*x)-sinh(lambda(1)*x)+
((cos(lambda(1)*l)+cosh(lambda(1)*l))/(sin(lambda(1)*l)-
sinh(lambda(1)*l)))*(cos(lambda(1)*x)-cosh(lambda(1)*x)));
eq = fi;
```

```
% Segunda função de forma de y
function[eq]= gama2(x);
global lambda cteforma ro l;
fi          =          cteforma(2)*(sin(lambda(2)*x)-sinh(lambda(2)*x)+
((cos(lambda(2)*l)+cosh(lambda(2)*l))/(sin(lambda(2)*l)-
sinh(lambda(2)*l)))*(cos(lambda(2)*x)-cosh(lambda(2)*x)));
eq = fi;
```

```
% Terceira função de forma de y
function[eq]= gama3(x);
global lambda cteforma ro l contgama;
fi          =          cteforma(3)*(sin(lambda(3)*x)-sinh(lambda(3)*x)+
((cos(lambda(3)*l)+cosh(lambda(3)*l))/(sin(lambda(3)*l)-
sinh(lambda(3)*l)))*(cos(lambda(3)*x)-cosh(lambda(3)*x)));
eq = fi;
```

Rotinas gama1d1.m gama1d2.m e gama1d3.m que dão as derivadas das funções de forma da barra

```
% primeira derivada da primeira função de forma de y
function[eq]= gama1d1(x);
global lambda cteforma ro l;
fi1d1= lambda(1)*cteforma(1)*(cos(lambda(1)*x)-cosh(lambda(1)*x)+ (((-
sin(lambda(1)*l))+sinh(lambda(1)*l))/(cos(lambda(1)*l)-
cosh(lambda(1)*l)))*((-sin(lambda(1)*x))-sinh(lambda(1)*x)));
eq = fi1d1;
```

```
% primeira derivada da segunda função de forma de y
function[eq]= gama1d2(x);
global lambda cteforma ro l;
fi1d2= lambda(2)*cteforma(2)*(cos(lambda(2)*x)-cosh(lambda(2)*x)+ (((-
sin(lambda(2)*l))+sinh(lambda(2)*l))/(cos(lambda(2)*l)-
cosh(lambda(2)*l)))*((-sin(lambda(2)*x))-sinh(lambda(2)*x)));
eq = fi1d2;
```

```
% primeira derivada da terceira função de forma de y
function[eq]= gama1d3(x);
global lambda cteforma ro l;
```

```
fi1d3= lambda(3)*cteforma(3)*(cos(lambda(3)*x)-cosh(lambda(3)*x)+ (((-
sin(lambda(3)*l))+sinh(lambda(3)*l))/(cos(lambda(3)*l)-
cosh(lambda(3)*l)))*((-sin(lambda(3)*x))-sinh(lambda(3)*x)));
eq = fi1d3;
```

Rotinas gama1d1.m gama1d2.m e gama1d3.m que dão as derivadas das funções de forma da barra

```
% segunda derivada da primeira função de forma de y
function[eq]= gama2d1(x);
global lambda cteforma ro l;
fi2d1      =      lambda(1)*lambda(1)*cteforma(1)*((-sin(lambda(1)*x))-
sinh(lambda(1)*x)+          (((-cos(lambda(1)*l))+cosh(lambda(1)*l))/((-
sin(lambda(1)*l))-sinh(lambda(1)*l)))*((-cos(lambda(1)*x))-
cosh(lambda(1)*x)));
eq = fi2d1;
```

```
% segunda derivada da segunda função de forma de y
function[eq]= gama2d2(x);
global lambda cteforma ro l;
fi2d2      =      lambda(2)*lambda(2)*cteforma(2)*((-sin(lambda(2)*x))-
sinh(lambda(2)*x)+          (((-cos(lambda(2)*l))+cosh(lambda(2)*l))/((-
sin(lambda(2)*l))-sinh(lambda(2)*l)))*((-cos(lambda(2)*x))-
cosh(lambda(2)*x)));
eq = fi2d2;
```

```
% segunda derivada da terceira função de forma de y
function[eq]= gama2d3(x);
global lambda cteforma ro l contgama;
fi2d3      =      lambda(3)*lambda(3)*cteforma(3)*((-sin(lambda(3)*x))-
sinh(lambda(3)*x)+          (((-cos(lambda(3)*l))+cosh(lambda(3)*l))/((-
sin(lambda(3)*l))-sinh(lambda(3)*l)))*((-cos(lambda(3)*x))-
cosh(lambda(3)*x)));
eq = fi2d3;
```

Rotina lamb.m

```
% Equação característica do sistema
function [eq] = lamb (lan)
global l
eq=1+cos(lan*l).*cosh(lan*l);
```

Rotinas ortod1.m, ortod2.m e ortod3.m para a normalização das funções de forma

```
function[eq]=ortod1(x);
global contorto contgama;
contgama=contorto;
eq = gama1(x).*gama1(x);
```

```
function[eq]=ortod2(x);
global contorto contgama;
contgama=contorto;
eq = gama2(x).*gama2(x);
```

```
function[eq]=ortod3(x);
global contorto contgama;
contgama=contorto;
eq = gama3(x).*gama3(x);
```

Rotina mata0.m

```
% constrói matriz A0
function[eq]= mata0();
global M K;
A01= zeros(3);
A02= eye(3);
A03=-inv(M)*K;
eq=[A01 A02;A03 A01];
```

Rotina matb.m

```
% constrói matriz B
function[eq]= matb();
global li lf km contgama;
b11=km*(gama1d1(li)-gama1d1(lf));
b21=km*(gama1d2(li)-gama1d2(lf));
b31=km*(gama1d3(li)-gama1d3(lf));
eq=[b11; b21; b31];
```

Rotina matb0.m

```
% constrói matriz B0
function[eq]= matb0();
global M B;
B01= zeros(3,1);
B02= inv(M)*B;
```

```
eq=[B01 ;B02];
```

Rotina matc.m

```
function[eq] = matc ();
global l;
aux1=[gama1(l) gama2(l) gama3(l)];
aux2=zeros(1,3);
eq=[aux1 aux2];
```

Rotina matk.m

```
% constrói matriz K
function[eq]= matk();
global ro w;
eq=[ro*w(1)^2 0 0; 0 ro*w(2)^2 0; 0 0 ro*w(3)^2];
```

Rotina matm.m

```
% constrói matriz M
function[eq]= matm();
global ro;
eq=[ro 0 0; 0 ro 0; 0 0 ro];
```

Rotina xatuador.m

```
% Calcula o ganho da ação do atuador em função da posição central do
%atuador

function [ganho, posicao]= xatuador();

global M A0 D1 km latuador l freqteste erro;
ref=latuador/2;
pos=latuador/2;
i=1;
limite=(l-ref)+(erro/100);
while (pos<=limite),
C1=[1 0 0 0 0 0; 0 1 0 0 0 0; 0 0 1 0 0 0];
D1=[0;0;0];
li=pos-ref;
lf=pos+ref;
aux1=km*(gama1d1(li)-gama1d1(lf));
aux2=km*(gama1d2(li)-gama1d2(lf));
aux3=km*(gama1d3(li)-gama1d3(lf));
Baux=[aux1;aux2;aux3];
```

```
B01=zeros (3,1);
B02=inv(M)*Baux;
eq=[B01; B02];
[mag pha w]=bode (A0,eq,C1,D1,1,2*pi*freqteste);
ganho(i,:)=mag;
posicao(i)=pos;
pos=pos+0.01;
i=i+1;
end;
```

Arquivo simtfpla.m, simulação da planta em simulink:

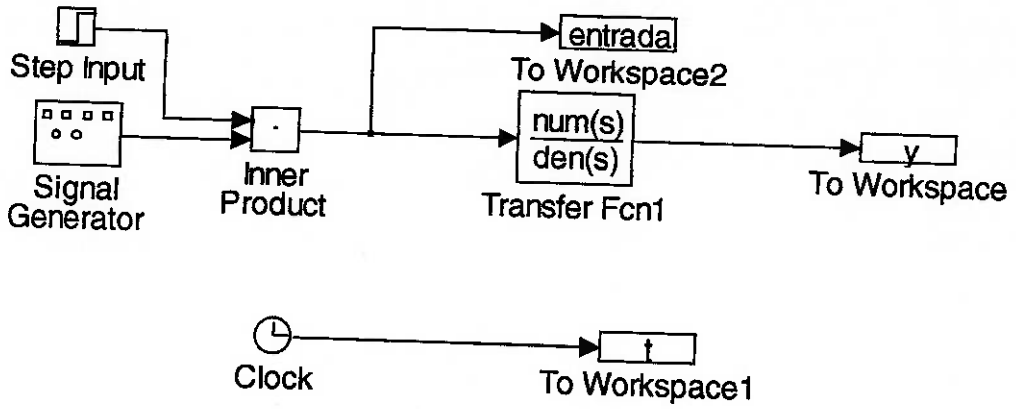

Figura Anexo 1.1- Diagrama de blocos do Simulink da planta em malha aberta

O texto que esses programas reproduzem no chamado Workspace do MATLAB encontra-se abaixo:

Saída de tf.m:

```
---------------------------------------------------------------------
---------------------------------------------------------------------


O sitema xponto=A0*x+B0*u y=C*x é composto por:
A0=
  1.0e+004 *

         0         0         0    0.0001         0         0
         0         0         0         0    0.0001         0
         0         0         0         0         0    0.0001
   -0.0264         0         0         0         0         0
         0   -1.0352         0         0         0         0
         0         0   -8.1159         0         0         0

B0=
         0
         0
```

```
         0
    0.0003
    0.0015
    0.0035

C=
    0.5568   -0.2085    0.2208         0         0         0
```

Onde x transposto(xt) vale xt=[p1 p2 p3 pponto1 pponto2 pponto3] quando p são os modos de vibrar da barra e pponto são suas derivadas. O vetor xponto é composto pela derivada dos elementos do vetor x sendo, também, um vetor coluna com a forma 6X1. O vetor u dá as condições iniciais do sitema.

Como o sistema apresenta seis variáveis de estado para ser observável e controlável o posto das suas matrizes de controlabilidade (CO) e observabilidade(OB) deve ser igual a 6. Abaixo temos esses valores:

```
posto de OB=
     6

posto de CO=
     6
```

O que prova que o sistema acima descrito é controlável e observável.

```
Simule o sistema e depois aperte ENTER
A posição central escolhida para o atuador é, em metros a partir do
engastamento:
    0.0350

As dimensões e propriedades dos atuadores são iguais a :
Comprimento (m):
    0.0700

Largura (m):
    0.0254

Espessura (m):
  1.9050e-004

Módulo de elasticidade (Pa):
  4.9000e+010

Coeficiente de carga transversal (m/V):
 -1.7900e-010

As dimensões e propriedades da barra de alumínio são iguais a :
Comprimento (m):
    0.8000

Largura (m):
    0.0254

Espessura (m):
    0.0020

Módulo de elasticidade (Pa):
```

```
  7.1000e+010

Densidade do material (Kg/m^3):
        2710

As posições dos três extensômetros são:
    0.0200
    0.2800
    0.5800
```

Saída de polostf.m:

```
--------------------------------------------------------------------------------
--------------------------------------------------------------------------------


O sitema xponto=A0*x+B0*u y=C*x é composto por:
A0=
  1.0e+004 *

         0         0         0    0.0001         0         0
         0         0         0         0    0.0001         0
         0         0         0         0         0    0.0001
   -0.0264         0         0         0         0         0
         0   -1.0352         0         0         0         0
         0         0   -8.1159         0         0         0

B0=
         0
         0
         0
    0.0003
    0.0015
    0.0035

C=
    0.5568   -0.2085    0.2208         0         0         0

Onde x transposto(xt) vale xt=[p1 p2 p3 pponto1 pponto2 pponto3]
quando p são os modos de vibrar da
barra e pponto são suas derivadas. O vetor xponto é composto pela
derivada dos elementos do vetor x
sendo, também, um vetor coluna com a forma 6X1. O vetor u dá as
condições iniciais do sitema.

Como o sistema apresenta seis variáveis de estado para ser observável
e controlável o posto das suas
matrizes de controlabilidade (CO) e observabilidade(OB) deve ser igual
a 6. Abaixo temos esses
valores:
posto de OB=
     6

posto de CO=
     6
```

```
O que prova que o sistema acima descrito é controlável e observável.
A posição central escolhida para o atuador é, em metros a partir do
engastamento:
     0.0350

As dimensões e propriedades dos atuadores são iguais a :
Comprimento (m):
     0.0700

Largura (m):
     0.0254

Espessura (m):
   1.9050e-004

Módulo de elasticidade (Pa):
   4.9000e+010

Coeficiente de carga transversal (m/V):
  -1.7900e-010

As dimensões e propriedades da barra de alumínio são iguais a :
Comprimento (m):
     0.8000

Largura (m):
     0.0254

Espessura (m):
     0.0020

Módulo de elasticidade (Pa):
   7.1000e+010

Densidade do material (Kg/m^3):
         2710

As posições dos três extensômetros são:
     0.0200

     0.2800

     0.5800

Os pólos em malha aberta são:
   1.0e+002 *

         0 + 0.1624i
         0 - 0.1624i
         0 + 2.8488i
         0 - 2.8488i
         0 + 1.0174i
         0 - 1.0174i

place: ndigits= 19
A matriz K0 de controle que aloca os polos do sistema nas novas
posições é:
   1.0e+008 *

    0.0011   -1.4179    8.0030    0.0101    0.0243   -0.0108
```

```
Os novos polos são:
  1.0e+003 *

  -0.0150 + 1.6279i
  -0.0150 - 1.6279i
  -0.0276 + 0.0162i
  -0.0276 - 0.0162i
  -0.0251 + 0.0246i
  -0.0251 - 0.0246i

A função de transferência do sistema em malha fechada é dada pelo
quociente num/den dos seguintes polinômios:
num=
  1.0e+012 *

         0    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000    3.3494

den=
  1.0e+012 *

    0.0000    0.0000    0.0000    0.0003    0.0133    0.3164    3.3494

Tensão máxima (V):
  143.7497

O sobressinal(%) vale:
    1.8303

O tempo de acomodação(s) a 5% vale:
    0.1380

O tempo de acomodação(s) a 2% vale:
    0.1500

A freqüência natural do sistema controlado em radianos é
   26.2204

Em Hertz vale:
    4.1731

A freqüência amortecida do sistema controlado em radianos é
   16.1938

Em Hertz vale:
    2.5773

O amortecimento do sistema é
    0.7865

************************************************************
Observador de estados
************************************************************
Pode-se projetar o observador de estados já que, como visto
anteriormente, o sistema é observável.
place: ndigits= 28
Os pólos do compensador são:
  1.0e+004 *

  -0.9290 + 1.3000i
```

```
  -0.9290 - 1.3000i
   1.2857
   0.0349
  -0.0087 + 0.0093i
  -0.0087 - 0.0093i

Os zeros do compensador são:
  1.0e+002 *

  -0.1673 + 2.5906i
  -0.1673 - 2.5906i
   1.8028
   0.0611 + 0.1626i
   0.0611 - 0.1626i

A matriz L do observador de estados é:
  1.0e+009 *

    0.0070
    0.0203
    0.0016
    0.9743
    2.3555
   -0.1783
```

BIBLIOGRAFIA

1- ROGERS, C. A., *Intelligent Material Systems- The Dawn of a New Materials Age*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, USA, 1994.

2- FANSON, J. L.; CAUGHEY, T. K. *Positive position feedback control for large space structures*. AIAA Paper n. 87-0902, 1987.

3- MEIROVITCH, L. *Elements of vibration analysis*. McGraw-Hill Book Company, 1986.

4- BENAIN, J. M.; FERREIRA, P. R. *Análise dinâmica de uma barra flexível inteligente*. Escola Politécnica Universidade de São Paulo, BRA, 1996.

5- FLEURY, Agenor de T. Introdução à Teoria de Controle – Notas de aula do curso PMC-450. Departamento de engenharia Mecânica- Escola Politécnica da USP.

6- OGATA, Katsuhiko Modern Control Engineering. Prentice Hall. 3ª edição, 1997.

7- MALVINO, Albert Paul Eletrônica, 2v. McGraw-Hill Ltda. 2ª edição, 1987.